

राजस्थान बोर्ड परीक्षा 2019-20

10वीं कक्षा

गणित

मॉडल पेपर 8

समय : 3¼ घंटे

(पूर्णांक : 80)

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश-

1. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं।
- 2.

भाग	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
अ	1-10	1
ब	11-15	2
स	16-25	3
द	26-30	6

3. प्रश्न क्रमांक 27 व 29 में आन्तरिक विकल्प हैं।
4. प्रश्न क्रमांक 26 का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाइए।

भाग-अ

1. सूत्र निखिलम् का प्रयोग करते हुए 137×9999 का मान ज्ञात कीजिए। 1

उत्तर :

$$\begin{aligned} y &= (137) \times (9999) \\ &= 137 - 1 / 9999 - 136 \\ &= 136 / 9863 \\ &= 1369863 \end{aligned}$$

2. सूत्र शून्य साम्य समुच्चये द्वारा समीकरण-
 $\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+7}$ का हल ज्ञात कीजिए। 1

उत्तर :

$$\text{वाम पक्ष के हरो का योग} = x + 2 + x + 6 = 2x + 8 \dots(1)$$

$$\text{दक्षिण पक्ष के हरो का योग} = x + 1 + x + 7 = 2x + 8 \dots(2)$$

दोनों समुच्चय समान होने पर सूत्रानुसार,

$$2x + 8 = 0$$

$$2x = -8$$

$$\Rightarrow x = \frac{-8}{2} = -4$$

3. बिना लंबी विभाजन प्रक्रिया किए बताइए कि $\frac{29}{343}$ परिमेय संख्या के दशमलव प्रसार सांत हैं या असांत आवर्ती हैं? 1

उत्तर :

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 343} \\ \underline{7} \\ 7 \\ \underline{7} \\ 0 \end{array}$$

$$\text{यहाँ पर, } \frac{29}{343} = \frac{29}{7 \times 7 \times 7} = \frac{29}{7^3}$$

क्योंकि हर $2^n 5^m$ नहीं है बल्कि 7^l है।

अतः परिमेय संख्या $\frac{29}{343}$ का दशमलव प्रसार असांत आवर्ती होगा।

4. $\tan 55^\circ \cdot \tan 45^\circ \cdot \tan 35^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए। 1

उत्तर :

$$y = \tan 55^\circ \cdot \tan 45^\circ \cdot \tan 35^\circ$$

$$= \tan(90^\circ - 35^\circ) \times \tan 45^\circ \times \tan 35^\circ$$

$$= \cot 35^\circ \cdot (1) \cdot \tan 35^\circ$$

$$[\because \tan(90^\circ - \theta) = \cot \theta]$$

$$= \cot 35^\circ \cdot \tan 35^\circ = 1$$

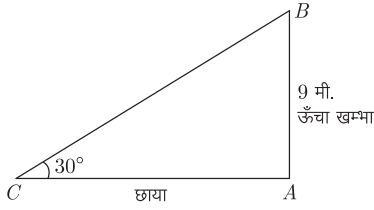
$$[\because \tan \theta \cdot \cot \theta = 1]$$

सभी विद्यार्थियों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर/डेस्क वर्क प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में एड करें। आपकी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में पेपर भेज दिए जाएंगे।

5. 9 मीटर ऊँचे एक ऊर्ध्वाधर खम्भे की छाया की लम्बाई कितनी होगी, यदि उस समय, सूर्य का उन्नयन कोण 30° हो? 1

उत्तर :

प्रश्नानुसार,



ΔABC में,

$$\tan 30^\circ = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{9}{AC}$$

$$\text{अतः} \quad \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{9}{AC}$$

$$AC = 9\sqrt{3}$$

$$\text{छाया की लम्बाई} = 9\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

6. जिस त्रिभुज में लम्बकेन्द्र, परिकेन्द्र और अन्तःकेन्द्र एक ही हों, उस त्रिभुज का नाम लिखिए। 1

उत्तर :

समबाहु त्रिभुज।

7. एक सिक्के को दो बार उछाला जाता है। कम-से-कम एक चित आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए? 1

उत्तर :

प्रश्नानुसार सिक्के को दो बार उछाला जाता है।

अतः सम्भावित परिणाम = $(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)$

\therefore कुल सम्भव व परिणामों की संख्या = 4

कम-से-कम 1 चित आने की सम्भव स्थितियाँ

$$= (H, H), (H, T) \text{ तथा } (T, H)$$

\therefore कुल अनुकूल परिणाम = 3

$$\therefore \text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{3}{4}$$

8. यदि एक टैक्सी का किराया प्रथम किलोमीटर के लिए ₹15 तथा इसके बाद प्रति किमी. के लिए ₹8 है तो 12 किमी. चलने के लिए क्या किराया दोगे? 1

उत्तर :

प्रश्न से,

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$a_{12} = a + 11d$$

$$\therefore a = 15, d = 8$$

$$\Rightarrow a_{12} = 15 + 11 \times 8$$

$$\Rightarrow a_{12} = 15 + 88$$

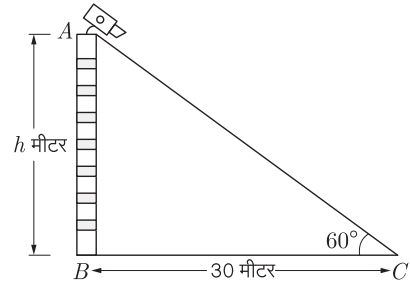
$$\Rightarrow a_{12} = 103$$

अतः 12 किमी. के लिए ₹103 देने होंगे।

9. एक बस स्टैंड पर एक खम्भे के आधार से 30 मीटर दूरी पर स्थित प्लेटफॉर्म के एक बिन्दु से खम्भे के शीर्ष पर लगे CCTV कैमरे का उन्नयन कोण 60° है तो खम्भे की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 1

उत्तर :

प्रश्नानुसार,



ΔABC में,

$$\tan \theta = \frac{AB}{BC}$$

$$= \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}$$

$$\text{प्रश्नानुसार,} \quad \frac{h}{30} = \tan 60^\circ$$

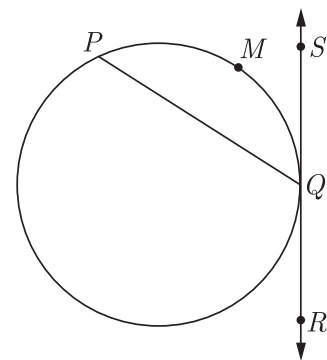
$$\frac{h}{30} = \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow h = 30\sqrt{3}$$

$$h = 30 \times 1.732$$

$$= 51.96 \text{ मी.}$$

10. दी गई आकृति में, यदि m (चाप PMQ) = 100° , तो $\angle PQS$ का माप ज्ञात करो। 1



उत्तर :

स्पर्श रेखा छेदन रेखा प्रमेय द्वारा,

$$m\angle PQS = \frac{1}{2}m \text{ (चाप } PMQ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$$

भाग-ब

11. द्वन्द्व योग विधि द्वारा संख्या 125316 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए। 2

उत्तर :

द्वन्द्व योग विधि द्वारा

$$\begin{array}{r|l} 12 & 5316 \\ 6 & 3541 \\ \hline 3 & 54.00 \end{array}$$

संकेत-

- संख्या के तीन जोड़े हैं अतः वर्गमूल के 3 अंक होंगे। प्रथम वर्गमूल अंक = 3, शेषफल = $12 - 9 = 3$
- नया भाज्य 35, संशोधित भाज्य भी 35 अतः $35 \div 6 = 5$, शेषफल = 5
- नया भाज्य = 53, संशोधित भाज्य $53 - 5^2 = 28 \div 6 = 4$, शेषफल 4, यहाँ अन्तिम शेषफल ज्ञात करना है। नया भाज्य $41 - 2 \times 5 \times 4 = 1$
नया भाज्य = 16, अन्तिम शेषफल $16 - 4^2 = 0$ अतः

$$\sqrt{125316} = 354$$

12. सिद्ध कीजिए कि $3 + 2\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है। 2

उत्तर :

माना कि $3 + 2\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है।

तब $3 + 2\sqrt{5} = \frac{p}{q}$ होना चाहिए जबकि $q \neq 0$ और p और q पूर्णांक हैं।

$$\text{अब} \quad \frac{p}{q} = 3 + 2\sqrt{5} \Rightarrow \left(\frac{p}{q} - 3\right) = 2\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \frac{p - 3q}{2q} = \sqrt{5}$$

$\therefore p$ और q पूर्णांक हैं। अतः

$$\therefore \frac{p - 3q}{2q} \text{ एक परिमेय संख्या है।}$$

$\Rightarrow \sqrt{5}$ भी एक परिमेय संख्या होगी।

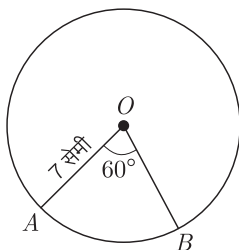
परन्तु $\sqrt{5}$ परिमेय संख्या नहीं, अपरिमेय संख्या है, तब यहाँ विरोधाभास है।

इस विरोधाभास के कारण हमारी कल्पना गलत है।

अतः दी गई संख्या $3 + 2\sqrt{5}$ अपरिमेय संख्या है।

13. एक वृत्त की त्रिज्या 7 सेमी है तथा केन्द्र पर अन्तरित कोण 60° है। चाप की लम्बाई ज्ञात कीजिए। 2

उत्तर :



दिया है-

वृत्त की त्रिज्या $(r) = 7$ सेमी

केन्द्र पर अन्तरित कोण, $\theta = 60^\circ$

हम जानते हैं कि त्रिज्यखण्ड के

$$\begin{aligned} \text{चाप की लम्बाई,} \quad l &= \frac{\pi r \theta}{180^\circ} \\ &= \frac{22}{7} \times 7 \times 60 \\ &= \frac{22}{3} = 7.3 \text{ सेमी.} \end{aligned}$$

अतः चाप की लम्बाई, $l = 7.3$ सेमी

14. यदि एक शंकु का वक्रपृष्ठ 2035 वर्ग सेमी तथा आधार का व्यास 35 सेमी हो तो शंकु की तिर्यक ऊँचाई ज्ञात कीजिए। 2

उत्तर :

दिया है,

आधार का व्यास, $d = 35$ सेमी

आधार की त्रिज्या, $r = \frac{35}{2}$ सेमी = 17.5 सेमी

शंकु का वक्रपृष्ठ, $A = 2035$ वर्ग सेमी

$$\Rightarrow \pi r l = 2035$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times \left(\frac{35}{2}\right) \times l = 2035$$

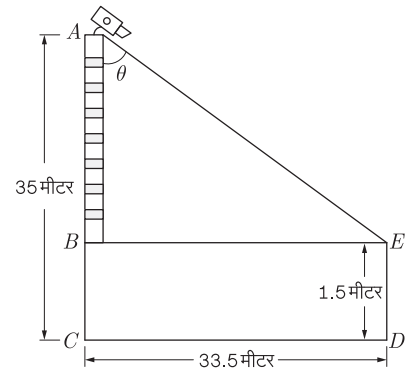
$$\Rightarrow l = \frac{2035}{55} = 37 \text{ सेमी}$$

अतः शंकु की तिर्यक ऊँचाई = 37 सेमी।

15. समुद्र के किनारे सुरक्षा की दृष्टि से एक खम्भे पर एक CCTV कैमरा लगाया गया है। यदि इस कैमरे के द्वारा 1.5 मीटर लम्बा व्यक्ति 33.5 मीटर की दूरी पर स्पष्ट देखा जा सकता है जबकि कैमरा 35 मीटर की ऊँचाई पर लगा है, तो कैमरे का अवनमन कोण ज्ञात कीजिए। 2

उत्तर :

प्रश्नानुसार,



चित्र द्वारा,

$$\tan \theta = \frac{BE}{AB}$$

$$\Rightarrow \tan \theta = \frac{CD}{AC - BC} \quad (\because BE = CD)$$

$$\tan \theta = \frac{33.5}{35 - 1.5}$$

$$\tan \theta = \frac{33.5}{33.5} = 1 = \tan 45^\circ$$

अतः $\theta = 45^\circ$

भाग-स

16. बहुपद $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ के सभी शून्यक ज्ञात कीजिए जबकि इसके दो शून्यक 1 तथा 2 हैं। 3

उत्तर :

\therefore हम जानते हैं कि यदि a बहुपद $f(x)$ का एक शून्यक है, तब $(x - a)f(x)$ का एक गुणखण्ड होगा।

प्रश्नानुसार, बहुपद $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ के दो शून्यक 1 तथा 2 हैं।

अतः $(x - 1)(x - 2) = (x^2 - 3x + 2)$, $f(x)$ का एक गुणखण्ड होगा।

अब बहुपद $f(x)$ को $x^2 - 3x + 2$ से भाग देने पर,

$$\begin{array}{r} x-3 \\ x^2-3x+2 \overline{) x^3-6x^2+11x-6} \\ \underline{x^3-3x^2+2x} \\ -3x^2+9x-6 \\ \underline{-3x^2+9x-6} \\ 0 \end{array}$$

बहुपदों के लिए विभाजन एल्गोरिथम का प्रयोग करने पर

$$\text{भाज्य} = \text{भाजक} \times \text{भागफल} + \text{शेषफल}$$

$$\begin{aligned} x^3 - 6x^2 + 11x - 6 &= (x^2 - 3x + 2)(x - 3) + 0 \\ &= (x - 1)(x - 2)(x - 3) \end{aligned}$$

बहुपदों के शून्यकों के लिए,

$$f(x) = 0$$

$$\Rightarrow (x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow x - 1 = 0, x - 2 = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow x = 1, 2, 3$$

अतः बहुपद $f(x)$ के सभी शून्यक 1, 2, 3 हैं।

17. सुब्बाराव ने 1995 में ₹5000 के मासिक वेतन पर कार्य आरम्भ किया और प्रत्येक वर्ष ₹200 की वेतन वृद्धि प्राप्त की। किस वर्ष में उसका वेतन ₹7000 हो गया? 3

उत्तर :

दिया है,

पहले वर्ष में प्रारम्भिक वेतन = ₹5000 प्रति मास

$$\text{दूसरे वर्ष में वेतन} = 5000 + 200 = ₹5200 \text{ प्रति मास}$$

तीसरे वर्ष में वेतन = $5200 + 200 = ₹5400$ प्रति मास
इस प्रकार प्रत्येक वर्ष के वेतन (₹ में) 5000, 5200, 5400,
एक समान्तर श्रेणी बनाते हैं,
जिसका प्रथम पद $a = 5000$ तथा सार्वअन्तर $d = 200$
माना n वर्ष बाद वेतन ₹7000 होगा।

तब n वाँ पद = 7000

$$\Rightarrow a + (n - 1)d = 7000$$

$$\Rightarrow 5000 + (n - 1)200 = 7000$$

$$\Rightarrow (n - 1) \times 200 = 7000 - 5000$$

$$\Rightarrow (n - 1) \times 200 = 2000$$

$$\Rightarrow (n - 1) = \frac{2000}{200} = 10$$

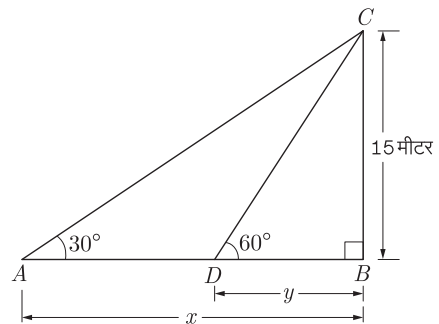
$$\therefore n = 10 + 1 = 11$$

अतः 11वें वर्ष में अर्थात् 2006 में सुब्बाराव का वेतन ₹7000 होगा।

18. यदि सूर्य का उन्नयन कोण 30° से 60° में परिवर्तित हो जाता है। तो इन दोनों उन्नयन कोणों पर 15 मीटर ऊँचे खम्बे की छाया की लम्बाई में अन्तर ज्ञात कीजिए। 3

उत्तर :

माना कि 15 मीटर लम्बे खम्बे की छाया की लम्बाई उन्नयन कोण 30° होने पर x मीटर तथा उन्नयन कोण 60° होने पर y मीटर है।



अतः $\triangle ABC$ से,

$$\tan 30^\circ = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{CB}{AB}$$

$$\Rightarrow \tan 30^\circ = \frac{15}{x}$$

$$\text{या } \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{15}{x}$$

$$\text{या } x = 15\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

$$= 15 \times 1.732$$

$$= 25.98 \text{ मीटर}$$

...(1)

पुनः $\triangle DBC$ से $\tan \theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}} = \frac{CB}{DB}$

$$\text{या } \tan 60^\circ = \frac{15}{y}$$

$$\text{या } \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{15}{y}$$

$$\text{या } y = \frac{15}{\sqrt{3}} = \frac{15}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{15\sqrt{3}}{3}$$

$$y = 5\sqrt{3}$$

सभी गुरुजनों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 पर सिर्फ TEACHER शब्द व्हाट्सएप करें।
आपसे संपर्क कर आपको विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजे जाएंगे।

$$y = 5 \times 1.732 = 8.66 \text{ मीटर} \dots(2)$$

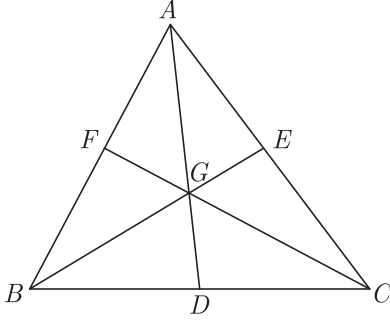
अतः लम्बाईयों में अन्तर

$$x - y = 25.98 - 8.66 \text{ मीटर}$$

$$= 17.32 \text{ मीटर}$$

अतः लम्बाईयों में 17.32 मीटर का अन्तर होगा।

19. एक $\triangle ABC$ में माधिकाएँ AD, BE और CF एक बिन्दु G से गुजरती हैं। यदि $AG = 6$ सेमी. और $BE = 12.6$ सेमी. और $FG = 3$ सेमी. हो, तो AD, GE और GC ज्ञात कीजिए। 3



उत्तर :

हम जानते हैं कि केन्द्रक G त्रिभुज की माधिका को 2:1 के अनुपात में विभाजित करता है।

$$\text{अतः} \quad \frac{AG}{GD} = \frac{2}{1}$$

$$\text{या} \quad \frac{GD}{AG} = \frac{1}{2}$$

दोनों ओर 1 जोड़ने पर

$$\text{या} \quad \frac{GD}{AG} + 1 = \frac{1}{2} + 1$$

$$\text{या} \quad \frac{GD + AG}{AG} = \frac{1 + 2}{2}$$

$$\text{या} \quad \frac{AD}{AG} = \frac{3}{2}$$

$$\text{या} \quad \frac{AD}{6} = \frac{3}{2} \quad \because AG = 6 \text{ सेमी. दिया है}$$

$$\text{या} \quad AD = \frac{3}{2} \times 6$$

$$\text{या} \quad AD = 9 \text{ सेमी.}$$

$$\text{इसी प्रकार} \quad \frac{BG}{GE} = \frac{2}{1}$$

$$\text{या} \quad \frac{BG}{GE} + 1 = \frac{2}{1} + 1$$

$$\text{या} \quad \frac{BG + GE}{GE} = \frac{2 + 1}{1}$$

$$\text{या} \quad \frac{BE}{GE} = \frac{3}{1}$$

$$\text{या} \quad GE = \frac{1}{3} BE = \frac{12.6}{3} = 4.2$$

$$\text{और} \quad \frac{FG}{GC} = \frac{1}{2}$$

$$\text{या} \quad 2FG = GC \Rightarrow GC = 2 \times 3 = 6 \text{ सेमी}$$

20. यदि दो त्रिभुजों में कोई संगत दो भुजाएँ परस्पर समानुपाती हो तथा उनके मध्य के कोण बराबर हो तो दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं। 3

उत्तर :

दिया है: $\triangle ABC$ एवं $\triangle DEF$ में $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ एवं $\angle A = \angle D$ है।

सिद्ध करना है- $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

रचना- $\triangle DEF$ में $AB = DP$, $AC = DQ$ क्रमशः DE एवं DF में से काटिए तथा P व Q को मिलाइए।

उपपत्ति- $\triangle ABC$ एवं $\triangle DPQ$ में

$AB = DP$, $\angle A = \angle D$ तथा $AC = DQ$ (रचना द्वारा)

अतः सर्वांगसमता के SAS नियम से,

$$\triangle ABC \cong \triangle DPQ \quad \dots(1)$$

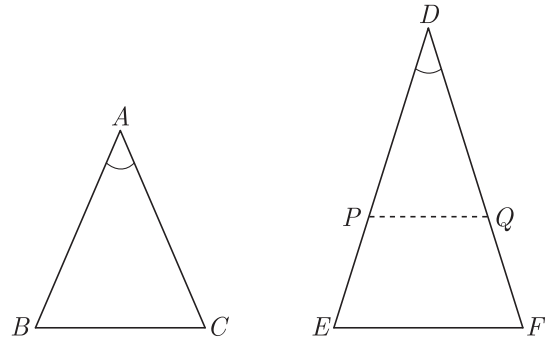
$$\text{अब} \quad \frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} \quad (\text{दिया हुआ है})$$

$$\Rightarrow \frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF}$$

(रचना से $AB = DP$ एवं $AC = DQ$)

$$\Rightarrow PQ \parallel EF \quad (\text{थेल्स प्रमेय के विलोम द्वारा})$$

$$\Rightarrow \angle DPQ = \angle E \text{ एवं } \angle DQP = \angle F \quad (\text{संगत कोण})$$



इस प्रकार AA समरूपता नियम से,

$$\triangle DPQ \sim \triangle DEF \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) व (2) से,

$$\triangle ABC \cong \triangle DPQ \text{ तथा } \triangle DPQ \sim \triangle DEF$$

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DPQ \text{ तथा } \triangle DPQ \sim \triangle DEF$$

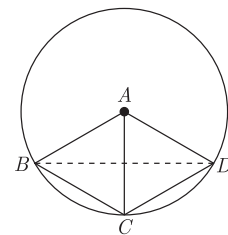
(सर्वांगसम त्रिभुज समरूप होते हैं)

$$\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEF$$

इतिसिद्धम्

21. एक चतुर्भुज $ABCD$ में $AB = AC = AD$ हों, तो सिद्ध कीजिए कि $\angle BAD = 2(\angle BDC + \angle CBD)$. 3

उत्तर :



दिया है कि $AB = AC = AD$ अर्थात् बिन्दु B, C और D बिन्दु A से समान दूरी पर हैं, अतः वृत्त का केन्द्र A है।
अब चाप BC केन्द्र पर $\angle BAC$ और वृत्त के शेष भाग पर $\angle BDC$ बनाता है।

$$\therefore \angle BAC = 2\angle BDC \quad \dots(1)$$

इसी प्रकार चाप CD केन्द्र पर $\angle CAD$ और वृत्त के शेष भाग पर $\angle CBD$ बनाता है।

$$\therefore \angle CAD = 2\angle CBD \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) और (2) का योग करने पर

$$\angle BAC + \angle CAD = 2(\angle BDC + \angle CBD)$$

$$\Rightarrow \angle BAD = 2(\angle BDC + \angle CBD)$$

इतिसिद्धम्

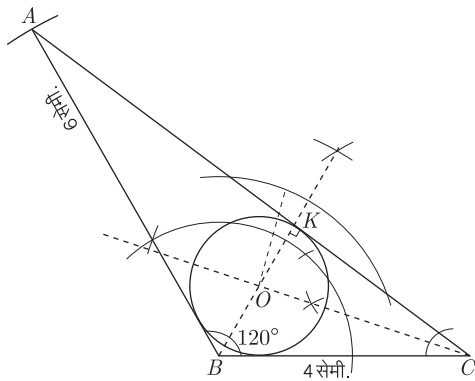
22. ΔABC की रचना कीजिए जिसमें $AB = 6$ सेमी, $BC = 4$ सेमी और $\angle B = 120^\circ$ हो, त्रिभुज के अन्तर्गत वृत्त की रचना कीजिए।

3

उत्तर :

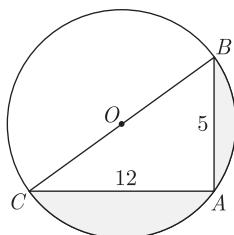
रचना के पद-

- सर्वप्रथम रेखा $BC = 4$ सेमी. खींची। बिन्दु B पर 120° का कोण बनाया गया तथा कोण वाली रेखा पर 6 सेमी. का चाप काटा। वहाँ बिन्दु A लिखा। A बिन्दु को C से मिलाया। इस प्रकार त्रिभुज ABC बना।
- $\angle B$ तथा $\angle C$ की समद्विभाजित रेखाएँ खींचकर उनका परिच्छेद बिन्दु O प्राप्त किया।
- O से भुजा AC पर लम्ब OK खींचा।
- O केन्द्र पर OK त्रिज्या लेकर वृत्त खींच दिया। यही अभीष्ट अन्तःवृत्त है।



23. आकृति में छायांकित क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए, यदि $AB = 5$ सेमी., $AC = 12$ सेमी. और O वृत्त का केन्द्र है।

3



उत्तर :

$\therefore BC$ वृत्त का व्यास तथा A अर्द्धवृत्त की परिधि पर स्थित बिन्दु है।

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ$$

अतः समकोण ΔABC में

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

$$BC^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25$$

$$BC^2 = 169$$

$$BC = \sqrt{169}$$

$$BC = 13$$

$\therefore BC$ वृत्त का व्यास = 13 सेमी.

$$\text{वृत्त की त्रिज्या} = \frac{13}{2} \text{ सेमी.}$$

$$\text{अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2}\pi r^2$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times \frac{13}{2} \times \frac{13}{2} \text{ सेमी}^2$$

$$= \frac{11 \times 13 \times 13}{7 \times 2 \times 2} \text{ सेमी}^2$$

$$= \frac{1859}{28} \text{ सेमी}^2$$

समकोण ΔABC का क्षेत्रफल,

$$= \frac{1}{2} \times AB \times AC$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times 12 \text{ सेमी}^2$$

$$= 5 \times 6 \text{ सेमी}^2$$

$$= 30 \text{ सेमी}^2$$

छायांकित क्षेत्रफल = अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल

– समकोण ΔABC का क्षेत्रफल

$$= \frac{1859}{28} - \frac{30}{1} \text{ सेमी}^2$$

$$= \frac{1859 - 840}{28} \text{ सेमी}^2$$

$$= \frac{1019}{28} \text{ सेमी}^2$$

24. 12 सेमी व्यास के बेलनाकार बर्तन में कुछ पानी भरा है। एक 4 सेमी त्रिज्या का ठोस धातु का गोला इसमें डाला जाता है। पानी की सतह की ऊँचाई में कितनी वृद्धि होगी यदि गोला पानी में पूर्णतया डूब जाता है?

3

उत्तर :

दिया है,

$$\text{गोले की त्रिज्या} = 4 \text{ सेमी}$$

$$\text{गोले का आयतन} = \frac{4}{3}\pi(4)^3 = \frac{256\pi}{3} \text{ सेमी}^3$$

बेलनाकार बर्तन के लिए,

$$\text{त्रिज्या } r = \frac{12}{2} = 6 \text{ सेमी.}$$

माना पानी की सतह की ऊँचाई में वृद्धि = h सेमी

$$\therefore \text{विस्थापित पानी का आयतन} = \pi r^2 h = \pi(6)^2 h$$

$$= 36\pi h$$

अब विस्थापित पानी का आयतन = गोले का आयतन

$$\Rightarrow 36\pi h = \frac{256\pi}{3}$$

$$\Rightarrow h = \frac{256}{3 \times 36} = \frac{64}{27} \text{ सेमी}$$

\therefore बर्तन के पानी की सतह की ऊँचाई में वृद्धि = $64/27$ सेमी.

25. 52 ताश के पत्तों की गड्डी से एक काला गुलाम, एक लाल बेगम और दो काले बादशाह अलग कर दिये जाते हैं। शेष पत्तों में से एक पता यादृच्छया निकाला जाता है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि वह-

1. एक काला पता है।
2. एक बादशाह है
3. एक लाल बेगम है।

3

उत्तर :

1 काला गुलाम, 1 लाल बेगम और 2 काले बादशाह निकालने के बाद, गड्डी में शेष पत्ते = $52 - 4 = 48$

\therefore शेष कुल सम्भावी अवसर = 48

(1) गड्डी में शेष काले पत्तों की संख्या = $26 - 3 = 23$

\therefore काले पत्ते की प्रायिकता = $\frac{23}{48}$

(2) गड्डी में शेष बादशाहों की संख्या = $4 - 2 = 2$

\therefore एक बादशाह निकलने के अनुकूल अवसरों की संख्या = 2

एक बादशाह निकलने की प्रायिकता = $\frac{2}{48} = \frac{1}{24}$

(3) गड्डी में शेष लाल बेगम = $2 - 1 = 1$

\therefore एक लाल बेगम निकालने की प्रायिकता

$$= \frac{1}{48}$$

भाग-द

26. निम्न रैखिक समीकरण युग्म को आलेखिक विधि से हल कीजिए तथा उन बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जहाँ इनके द्वारा निरूपित रेखाएँ y -अक्ष को काटती हैं। (6)

$$3x + 2y = 12$$

$$\text{तथा } 5x - 2y = 4$$

उत्तर :

दिये गये रैखिक समीकरण युग्म हैं-

$$3x + 2y = 12 \quad \dots(1)$$

$$5x - 2y = 4 \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) से,

$$3x + 2y = 12$$

$$\text{या } 2y = 12 - 3x$$

$$\text{या } y = \frac{12 - 3x}{2}$$

$$x = 2 \text{ रखने पर तब, } y = \frac{12 - 3 \times 2}{2}$$

$$= \frac{12 - 6}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x = 4 \text{ रखने पर, तब } y = \frac{12 - 3 \times 4}{2}$$

$$= \frac{12 - 12}{2} = \frac{0}{2} = 0$$

अतः समीकरण $3x + 2y = 12$ की निम्न हल सारणी प्राप्त होती है-
बिन्दुओं $A(2, 3)$ व $B(4, 0)$ को ग्राफ पेपर पर अंकित करके इनसे गुजरने वाली रेखा AB खींचते हैं जो कि समीकरण $3x + 2y = 12$ का आलेख है।

समीकरण $5x - 2y = 4$ द्वारा निरूपित रेखा का आलेखन

$$5x - 2y = 4$$

$$\text{या } 2y = 5x - 4$$

$$\text{या } y = \frac{5x - 4}{2}$$

$$x = 0 \text{ रखने पर, तब } y = \frac{5 \times 0 - 4}{2}$$

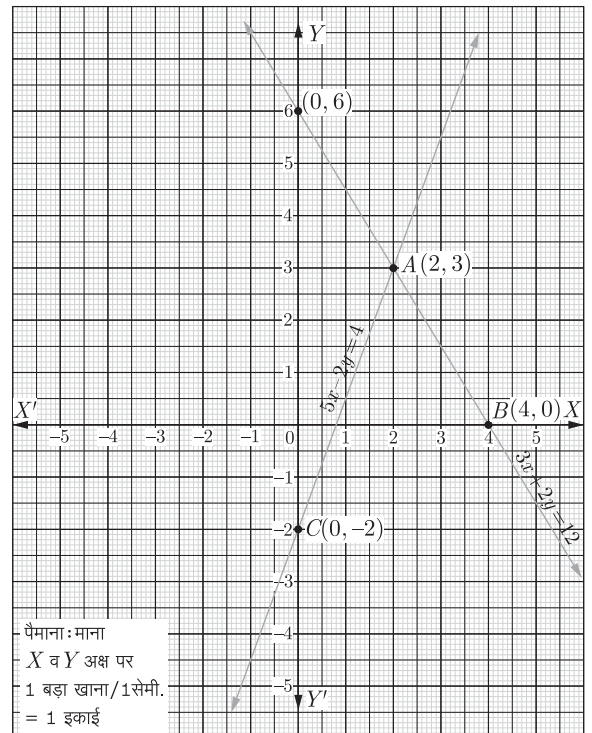
$$= \frac{-4}{2} = -2$$

$$x = 2 \text{ रखने पर, तब } y = \frac{5 \times 2 - 4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

अतः समीकरण $5x - 2y = 4$ की निम्न हल सारणी प्राप्त होती है-

x	0	2
y	-2	3

बिन्दुओं $C(0, -2)$ व $A(2, 3)$ को ग्राफ पेपर पर अंकित करके इनसे गुजरने वाली रेखा AC खींचते हैं जो कि समीकरण $5x - 2y = 4$ का आलेख है।



ग्राफ से स्पष्ट है कि दोनों समीकरणों के संगत सरल रेखाएँ एक-दूसरे को बिन्दु $A(2,3)$ पर काटती हैं। अतः $x = 2$ तथा $y = 3$ दिये गये समीकरण युग्म का हल है।

ये दोनों सरल रेखाएँ y -अक्ष को बिन्दु $(0,6)$ और $(0, -2)$ पर काटती हैं।

27. सिद्ध कीजिए कि- (3+3=6)

$$(1) (\sec \theta - \cos \theta)^2 = \frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta}$$

$$(2) \sqrt{\sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta} = \tan \theta + \cot \theta$$

उत्तर :

$$\begin{aligned} (1) \text{ L.H.S. से } (\sec \theta - \tan \theta)^2 &= \left(\frac{1}{\cos \theta} - \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right)^2 \\ &= \left(\frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta} \right)^2 = \frac{(1 - \sin \theta)^2}{\cos^2 \theta} \\ &= \frac{(1 - \sin \theta)^2}{1 - \sin^2 \theta} \\ &= \frac{(1 - \sin \theta)^2}{(1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)} \\ &= \frac{1 - \sin \theta}{1 + \sin \theta} = \text{R.H.S. इतिसिद्धम्} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{ L.H.S. } &= \sqrt{\sec^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta} \\ &= \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta}} \quad (\text{LCM लेने पर}) \\ &= \sqrt{\frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}} \\ &= \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} \quad [\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1] \\ &= \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} \quad [\because 1 = \sin^2 \theta + \cos^2 \theta] \\ &= \frac{\sin^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} + \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} \\ &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \\ &= \tan \theta + \cot \theta = \text{R.H.S. इतिसिद्धम्} \end{aligned}$$

अथवा

$$27. (1) \frac{(1 + \cot \theta + \tan \theta)(\sin \theta - \cos \theta)}{\sec^3 \theta - \operatorname{cosec}^3 \theta} = \sin^2 \theta \cos^2 \theta \quad 3$$

$$(2) \text{ यदि } x = r \sin A \cos C, \quad y = r \sin A \sin C \quad \text{तथा} \\ z = r \cos A \quad \text{तब सिद्ध कीजिए } x^2 + y^2 + z^2 = r^2 \quad 3$$

उत्तर :

$$\begin{aligned} (1) \text{ L.H.S. } &= \frac{(1 + \cot \theta + \tan \theta)(\sin \theta - \cos \theta)}{\sec^3 \theta - \operatorname{cosec}^3 \theta} \\ &= \frac{\left(1 + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right)(\sin \theta - \cos \theta)}{\frac{1}{\cos^3 \theta} - \frac{1}{\sin^3 \theta}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{(\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta + \sin^2 \theta)(\sin \theta - \cos \theta)}{\frac{\sin \theta \cos \theta}{\sin^3 \theta - \cos^3 \theta}} \\ &= \frac{(\sin^3 \theta - \cos^3 \theta) \times \sin^3 \theta \cos^3 \theta}{\sin \theta \cos \theta (\sin^3 \theta - \cos^3 \theta)} \\ &= \frac{\sin^3 \theta \cos^3 \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ &= \text{R.H.S. इतिसिद्धम्} \end{aligned}$$

$$[\because a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + b^2 + ab)]$$

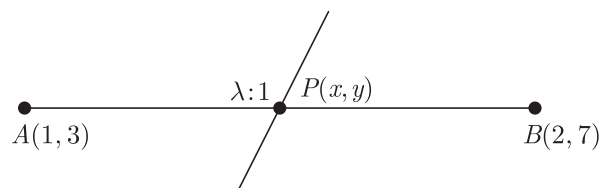
$$\begin{aligned} (2) \text{ L.H.S. } &= x^2 + y^2 + z^2 \\ &= (r \sin A \cos C)^2 + (r \sin A \sin C)^2 + (r \cos A)^2 \\ &= r^2 \sin^2 A \cos^2 C + r^2 \sin^2 A \sin^2 C + r^2 \cos^2 A \\ &= r^2 \sin^2 A (\cos^2 C + \sin^2 C) + r^2 \cos^2 A \\ &= r^2 \sin^2 A + r^2 \cos^2 A \\ &= r^2 (\sin^2 A + \cos^2 A) \\ &= r^2 \quad [\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1] \\ &= \text{R.H.S. इतिसिद्धम्} \end{aligned}$$

28. (1) बिन्दु $(x, 5)$ तथा $(4, 2)$ के मध्य दूरी 3 सेमी. हो तो x का मान ज्ञात कीजिए। 3
(2) ज्ञात कीजिए कि रेखा $3x + y = 9$ बिन्दुओं $(1, 3)$ तथा $(2, 7)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड को किस अनुपात में विभाजित करती है? 3

उत्तर :

$$\begin{aligned} (1) \text{ दो बिन्दुओं के बीच की दूरी,} \\ d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \\ \text{यहाँ,} \quad d = 3, \quad x_2 = 4, \quad y_1 = 5, \quad y_2 = 2 \\ 3 = \sqrt{(4 - x)^2 + (2 - 5)^2} \\ \Rightarrow (3)^2 = (4 - x)^2 + (-3)^2 \\ \Rightarrow 9 = (4 - x)^2 + 9 \\ \Rightarrow (4 - x)^2 = 0 \\ \therefore (4 - x) = 0 \text{ या } x = 4 \end{aligned}$$

- (2) माना बिन्दु $A(1,3)$ तथा $B(2,7)$ को मिलाने वाला रेखाखण्ड $3x + y = 9$ को $\lambda:1$ में विभाजित करता है अतः विभाजन बिन्दु के निर्देशांक



$$x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$$

तथा

$$y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

∴

$$x = \frac{\lambda(2) + 1(1)}{\lambda + 1} = \frac{2\lambda + 1}{\lambda + 1}$$

इसी प्रकार,

$$y = \frac{\lambda(7) + 1(3)}{\lambda + 1} = \frac{7\lambda + 3}{\lambda + 1}$$

अतः विभाजन बिन्दु = $P\left(\frac{2\lambda + 1}{\lambda + 1}, \frac{7\lambda + 3}{\lambda + 1}\right)$ यह बिन्दु रेखा $3x + y = 9$ पर स्थित होंगे और इसको संतुष्ट करेंगे।

अतः मान रखने पर,

$$\Rightarrow 3 \cdot \left(\frac{2\lambda + 1}{\lambda + 1}\right) + \frac{7\lambda + 3}{\lambda + 1} = 9$$

$$\Rightarrow \frac{6\lambda + 3}{\lambda + 1} + \frac{7\lambda + 3}{\lambda + 1} = 9$$

$$\Rightarrow 6\lambda + 3 + 7\lambda + 3 = 9(\lambda + 1)$$

$$\Rightarrow 13\lambda + 6 = 9\lambda + 9$$

$$\Rightarrow 13\lambda - 9\lambda = 9 - 6$$

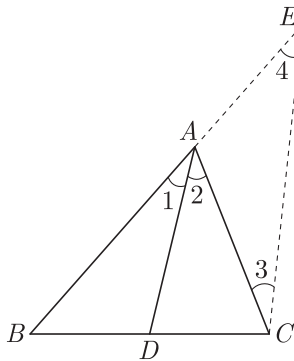
$$\Rightarrow 4\lambda = 3$$

$$\therefore \lambda = \frac{3}{4}$$

अतः अभीष्ट अनुपात = 3 : 4 है।

29. सिद्ध कीजिए कि यदि कोई एक रेखा किसी त्रिभुज के एक आन्तरिक कोण का समद्विभाजन करे तो वह समद्विभाजक रेखा उस कोण की सम्मुख भुजा को त्रिभुज की शेष भुजाओं की लम्बाइयों के अनुपात में विभाजित करती है। 6

उत्तर :

दिया हुआ है- $\triangle ABC$ में AD , $\angle A$ का समद्विभाजक है।अतः $\angle 1 = \angle 2$ सिद्ध करना है- $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ रचना-रेखा CE इस प्रकार खींची गई है कि $DA \parallel CE$ हो तो BA को आगे बढ़ाने पर E पर मिलती है।उपपत्ति- $CE \parallel DA$ और AC और BE तिर्यक रेखाएँ हैं।अतः $\angle 2 = \angle 3$ (एकान्तर कोण) ... (1)एवं $\angle 1 = \angle 4$ (संगत कोण) ... (2)परन्तु $\angle 1 = \angle 2$ (दिया हुआ)(1) व (2) से $\angle 3 = \angle 4$ अतः $\triangle ACE$ में,

$$AE = AC \quad \dots (3)$$

 $\triangle BCE$ में $DA \parallel CA$ तो आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय द्वारा

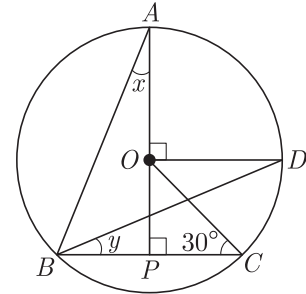
$$\frac{BD}{DC} = \frac{BA}{AE}$$

या $\frac{BD}{DC} = \frac{BA}{AC}$ (समी. 3 से)अर्थात् $\frac{BD}{DC} = \frac{BA}{AC}$ इतिसिद्धम्

अथवा

29. आकृति में, O वृत्त का केन्द्र है और $\angle BCO = 30^\circ$ है। x और y ज्ञात कीजिए। 6

उत्तर :



$$\angle BCO = 30^\circ$$

समकोण त्रिभुज OCP में,

$$\angle POC = 180^\circ - (\angle OPC + \angle PCO)$$

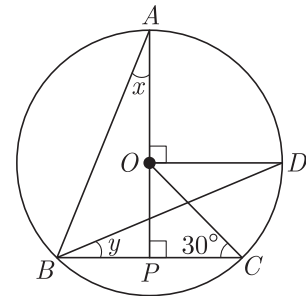
$$\Rightarrow \angle POC = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$

$$\angle AOD = 90^\circ \quad (\text{दिया है})$$

$$\therefore \angle AOD + \angle DOP = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle DOP = 180^\circ - \angle AOD = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\text{अतः } \angle COD = 90^\circ - \angle POC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$



हम जानते हैं कि एक चाप द्वारा वृत्त के केन्द्र पर अन्तरित कोण वृत्त के शेष भाग के किसी बिन्दु पर अन्तरित कोण का दोगुना होता है।

$$\therefore \angle CBD = \frac{1}{2} \angle COD$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} \times 30^\circ = 15^\circ$$

तथा $\angle ABD = \frac{1}{2} \angle AOD = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$
अब $\triangle ABP$ में

$$x + (45^\circ + y) + 90^\circ = 180^\circ$$

$$x + 45^\circ + 15^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$x = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

अतः $x = 30^\circ$ तथा $y = 15^\circ$

30. निम्नलिखित आँकड़ों की माधिका 525 है। यदि बारम्बारताओं का योग 100 है, तो x व y का मान ज्ञात कीजिए- 6

वर्ग-अन्तराल	बारम्बारता
0-100	2
100-200	5
200-300	x
300-400	12
400-500	17
500-600	20
600-700	y
700-800	9
800-900	7
900-1000	4

उत्तर :

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता	संचयी बारम्बारता
0-100	2	2
100-200	5	7
200-300	x	$7 + x$

वर्ग अन्तराल	बारम्बारता	संचयी बारम्बारता
300-400	12	$19 + x$
400-500	17	$36 + x$
500-600	20	$56 + x$
600-700	y	$56 + x + y$
700-800	9	$65 + x + y$
800-900	7	$72 + x + y$
900-1000	4	$76 + x + y$

यहाँ दिया गया है कि $n = 100$ हैं।

$$\text{अतः } 76 + x + y = 100$$

$$\text{अर्थात् } x + y = 24 \quad \dots(1)$$

माधिका 525 है, जो वर्ग 500-600 में स्थित है।

$$\text{अतः } l = 500, f = 20, cf = 36 + x$$

$$h = 100 \text{ है।}$$

$$\therefore \text{माध्यक} = l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \right) h$$

$$525 = 500 + \left(\frac{50 - 36 - x}{20} \right) \times 100$$

$$\text{या } 525 - 500 = (14 - x) \times 5$$

$$\text{या } 25 = 70 - 5x$$

$$\text{या } 5x = 70 - 25 = 45$$

$$\text{अतः } x = 9$$

इसलिए समीकरण (1) से हमें प्राप्त होता है कि,

$$9 + y = 24$$

$$y = 24 - 9$$

$$y = 15$$

सत्र 2020-21 से नये पाठ्यक्रमानुसार सभी कक्षाओं के सभी विषयों की टेक्स्ट बुक एवं सभी प्रकार की सहायक अध्ययन सामग्री विद्यार्थियों को मोबाइल पर व्हाट्सएप द्वारा एवं वेबसाइट www.rbse.online पर उपलब्ध करवायी जाएगी। इसके लिये विद्यार्थियों से किसी भी प्रकार का कोई शुल्क नहीं लिया जाएगा। इसके लिये विद्यार्थियों को किसी भी प्रकार का कोई OTP Verification या Email द्वारा Verification नहीं देना होगा। हमारा व्हाट्सएप नम्बर जानने या अन्य किसी भी प्रकार की जानकारी के लिये वेबसाइट www.rbse.online पर विजिट करें।

सभी गुरुजनों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 पर सिर्फ TEACHER शब्द व्हाट्सएप करें।
आपसे संपर्क कर आपको विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजे जाएँगे।