

राजस्थान बोर्ड परीक्षा 2019-20

10वीं कक्षा

गणित

मॉडल पेपर 6

समय : 3¼ घंटे

(पूर्णांक : 80)

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश-

1. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं।
- 2.

भाग	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
अ	1-10	1
ब	11-15	2
स	16-25	3
द	26-30	6

3. प्रश्न क्रमांक 27 व 29 में आन्तरिक विकल्प हैं।
4. प्रश्न क्रमांक 26 का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाइए।

भाग-अ

1. सूत्र निखिलम् का प्रयोग करते हुए 108×112 का मान ज्ञात कीजिए। (1)

उत्तर :

यहाँ, आधार = 100

उपाधार अंक = 1

उपाधार = $100 \times 1 = 100$

विचलन = संख्या - (आधार अंक \times उपाधार अंक)

(विचलन)₁ = $108 - (100 \times 1) = +8$

(विचलन)₂ = $112 - (100 \times 1) = +12$

अतः संख्या में विचलन को जोड़ने पर,

$$108 \times 112 = \frac{108 \quad +8}{112 \quad +12} \\ \text{उपाधार अंक (संख्या + विपरीत विचलन) / विचलनों का गुणफल}$$

$$= 1(108 + 12) / 8 \times 12$$

$$= 1(120) / 96$$

$$= 120 / 96$$

$$= 12096$$

2. सूत्र शून्य साम्य समुच्चयों द्वारा समीकरण $\frac{3x+2}{5x+7} = \frac{x+1}{3x-1}$ का हल ज्ञात कीजिए। (1)

उत्तर :

दोनों पक्षों के अंशों का योग = $3x + 2 + x + 1$

$$= 4x + 3 \quad \dots(1)$$

दोनों पक्षों के हरों का योग = $5x + 7 + 3x - 1$

$$= 8x + 6 = 2(4x + 3) \quad \dots(2)$$

योग क्रमांक (1) तथा योग क्रमांक (2) का अनुपात 1:2 है।

अतः सूत्रानुसार किसी भी योग को शून्य के समान रखने पर,

$$4x + 3 = 0 \Rightarrow 4x = -3$$

$$x = \frac{-3}{4}$$

3. $\frac{17}{8}$ परिमेय संख्या के दशमलव प्रसारों को लिखिए। (1)

उत्तर :

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8} \\ 2 \overline{) 4} \\ \hline 2 \end{array}$$

यहाँ पर, $\frac{17}{8} = \frac{17}{2 \times 2 \times 2} = \frac{17}{2^3}$

सभी विद्यार्थियों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर/डेस्क वर्क प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में एड करें। आपकी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में पेपर भेज दिए जाएंगे।

$$\begin{aligned}
&= \frac{17}{2^3} \times \frac{5^3}{5^3} \\
&= \frac{17 \times 125}{(2 \times 5)^3} = \frac{2125}{10^3} \\
&= \frac{2125}{1000} = 2.125
\end{aligned}$$

4. यदि $24 \cot A = 7$ हो, तो $\sin A$ का मान ज्ञात कीजिए। (1)

उत्तर :

प्रदत्त

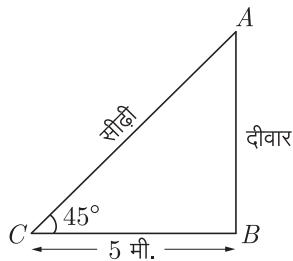
$$\cot A = \frac{7}{24} \quad \dots(1)$$

अब, $\sin A = \frac{1}{\operatorname{cosec} A} = \frac{1}{\sqrt{1 + \cot^2 A}}$
समीकरण (1) से,

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{7}{24}\right)^2}} \\
&= \frac{24}{\sqrt{(24)^2 + (7)^2}} = \frac{24}{\sqrt{576 + 49}} \\
&= \frac{24}{\sqrt{625}} = \frac{24}{25}
\end{aligned}$$

5. AB एक उर्ध्वाधर दीवार है, जिसका B भाग भूमि के सम्पर्क में है। AC सीढ़ी जमीन से C बिन्दु पर टिकी है। $\angle ACB = 45^\circ$ और $BC = 5$ मीटर, तो सीढ़ी की लम्बाई है- (1)

उत्तर :



चित्रानुसार AB दीवार और AC सीढ़ी है।
 ΔABC में,

अतः $\cos 45^\circ = \frac{BC}{AC}$

अतः $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{5}{AC}$

$$AC = 5\sqrt{2} \text{ मीटर}$$

अतःसीढ़ी की लम्बाई, $AC = 5\sqrt{2}$ मीटर

6. समान आधार व समान क्षेत्रफल वाले त्रिभुजों के शीर्ष का बिन्दुपथ लिखिये। (1)

उत्तर :

आधार के समान्तर खींची गई रेखा जो त्रिभुजों के शीर्षों से गुजरती है।

7. यदि दो वृत्त जिनकी त्रिज्याएँ क्रमशः 9 सेमी. तथा 4 सेमी. है और वे

एक-दूसरे को अंतःस्पर्श करते हैं तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी ज्ञात करो। (1)

उत्तर :

यदि दो वृत्त एक-दूसरे को अंतःस्पर्श करते हैं, तो उनके केन्द्रों के बीच की दूरी उनकी त्रिज्याओं के अन्तर के बराबर होती है।

अतः, उनके केन्द्रों के बीच की दूरी $= 9 - 4 = 5$ सेमी.

8. एक पासे को एक बार उछाला जाता है। 5 से छोटी या उसके बराबर संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता क्या है? (1)

उत्तर :

एक पासे को एक बार उछालने पर प्राप्त होने वाले सम्भव परिणाम
 $= 1, 2, 3, 4, 5, 6$

अतः कुल सम्भव परिणाम $= 6$

5 से छोटी या उसके बराबर संख्या प्राप्त करने के परिणाम

$$= 1, 2, 3, 4 \text{ व } 5$$

अतः घटना के अनुकूल परिणामों की संख्या $= 5$

अतः अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{5}{6}$

9. यदि आप पहली, दूसरी, तीसरी व चौथी सिग्नल लाइट को क्रमशः 3, 9, 15, 21 सेकण्ड में पार करते हों तो 69 सेकण्ड में कौन-सी सिग्नल लाइट पार कर चुके होंगे? (1)

उत्तर :

सिग्नल लाइट को पार करने में लगे समय को श्रेढी रूप में निम्न प्रकार व्यक्त किया जाता है-

$$3, 9, 15, 21, \dots$$

यहाँ प्रथम पद, $a = 3$, सार्वअन्तर, $d = 9 - 3 = 6$

माना 69 सेकण्ड में n वीं सिग्नल लाइट पार करते हो तो

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$\Rightarrow 69 = 3 + (n - 1) \times 6$$

$$\Rightarrow 69 = 3 + 6n - 6$$

$$\Rightarrow 69 = 6n - 3$$

$$\Rightarrow 69 + 3 = 6n$$

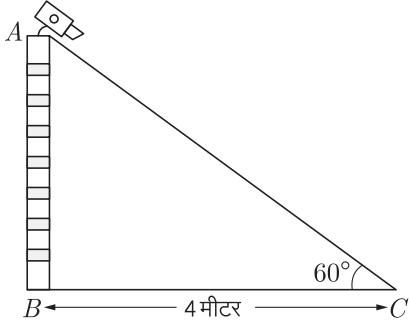
$$\Rightarrow 72 = 6n$$

अतः, $n = \frac{72}{6} = 12$

अतः 69 सेकण्ड में 12वीं सिग्नल लाइट पार कर चुके होंगे।

10. एक चौराहे पर मध्य में एक AB ऊर्ध्वाधर पोल गड़ा हुआ है और उस पर कैमरा लगा है, जिसका B भाग भूमि के सम्पर्क में है। कैमरे का फोकस बिन्दू भूमि पर बिन्दु C पर है जो कि B से 4 मीटर दूरी पर है, तो कैमरे व बिन्दु C के बीच क्षैतिज दूरी ज्ञात करो जिसमें दिया है ($\angle ACB = 60^\circ$) (1)

उत्तर :



हम जानते हैं, $\cos \theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}$

$$\text{अतः, } \cos 60^\circ = \frac{4}{AC}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{4}{AC}$$

$$\Rightarrow AC = 2 \times 4$$

$$\text{अतः, } AC = 8 \text{ मीटर}$$

अतः कैमरे व बिन्दु C के बीच क्षैतिज दूरी = 8 मीटर है।

भाग-ब

11. द्वन्द्व योग विधि द्वारा संख्या 4225 का वर्गमूल ज्ञात कीजिए। (2)

उत्तर :

द्वन्द्व योग विधि

$$\begin{array}{r|l} 42 & 25 \\ 12 & 62 \\ \hline 6 & 5.00 \end{array}$$

$$\text{अतः } \sqrt{4225} = 65$$

- संख्या में दो जोड़े हैं अतः वर्गमूल में 2 अंक होंगे।
- प्रथम वर्गमूल अंक 42 से कम अंक 36 का वर्गमूल 6 होगा।
- 6 को हमने भागफल स्तम्भ के नीचे लिखा।
- अब शेषफल $42 - 36 = 6$, को हमने 2 से पूर्व लिखा।
- नया भाज्य 62 तथा संशोधित भाज्य भी 62 है।
- अतः $62 \div 12 = 5$ (भागफल अंक) को 6 के आगे लिखा तथा शेषफल = 2 को 2 व 5 के मध्य लिखते हैं।
- नया भाज्य 25 तथा अन्तिम शेषफल = $25 - 25 = 0$

12. सिद्ध कीजिए कि $7\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है। (2)

उत्तर :

माना कि $7\sqrt{5}$ एक परिमेय संख्या है जो $\frac{a}{b}$ के बराबर है तथा $b \neq 0$

$$7\sqrt{5} = \frac{a}{b} \Rightarrow \sqrt{5} = \frac{a}{7b}$$

अतः, $a, 7$ और b सभी पूर्णांक हैं।

अतः, $\frac{a}{7b}$ एक परिमेय संख्या है।

अतः, $\sqrt{5}$ भी एक परिमेय संख्या होगी।

जो इसका विरोध करता है कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

सभी विद्यार्थियों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर/डेस्क वर्क प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में एड करें। आपकी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में पेपर भेज दिए जाएंगे।

अतः, हमारी कल्पना गलत है।

अतः $7\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।

इतिसिद्धम्

13. उस वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए जिसका क्षेत्रफल 616 वर्ग सेमी है। (2)

उत्तर :

दिया है,

$$\text{वृत्त का क्षेत्रफल, } A = 616 \text{ वर्ग सेमी.}$$

हम जानते हैं,

$$\text{वृत्त का क्षेत्रफल, } A = \pi r^2$$

$$\text{अतः } \pi r^2 = 616$$

$$\frac{22}{7} \times r^2 = 616$$

$$r^2 = \frac{616 \times 7}{22}$$

$$r^2 = 28 \times 7$$

$$r = \sqrt{28 \times 7}$$

$$r = 14$$

14. एक बेलन का व्यास 14 सेमी तथा ऊँचाई 15 सेमी है। बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (2)

उत्तर :

दिया है, बेलन का व्यास, $d = 14$ सेमी.

अतः, बेलन की त्रिज्या, $x = \frac{14}{2} = 7$ सेमी.

बेलन की ऊँचाई, $(h) = 15$ सेमी.

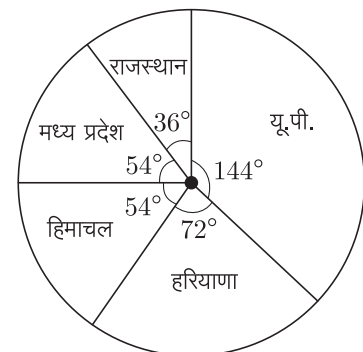
बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल,

$$= 2\pi r(h + r)$$

$$= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times (15 + 7)$$

$$= 2 \times 22 \times 22 = 968 \text{ वर्ग सेमी.}$$

15. चित्र में दिया गया वृत्त चार्ट मई-जून 2013 के दौरान वाहनों का केन्द्रीय सरकार द्वारा चलाये गये अभियान में कटे हुए चालानों की संख्या को डिग्री ($^\circ$) में दर्शाता है। इसे ध्यानपूर्वक पढ़िये व निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए- (2)



- यदि कुल वाहन 72 लाख हैं तो मध्य प्रदेश में कटे चालानों की संख्या राजस्थान के कटे चालानों की संख्या से कितना अधिक है?
- हरियाणा में कटे चालानों की संख्या ज्ञात कीजिए।

उत्तर :

(1) मध्य प्रदेश में राजस्थान में कटे चालानों से अधिक चालान डिग्री में

$$= 54^\circ - 36^\circ = 18^\circ$$

$$= \frac{72,00,000}{360^\circ} \times 18^\circ$$

$$= 3,60,000 \quad \left[\begin{array}{l} \because 360 = 72,00,000 \\ \therefore 1^\circ = \frac{72,00,000}{360} \end{array} \right]$$

(2) डिग्री में हरियाणा में कटे चालानों की संख्या = 72°

हरियाणा में कटे चालानों की संख्या,

$$= \frac{72,00,000}{360^\circ} \times 72^\circ = 14,40,000$$

भाग-स

16. द्विघात समीकरण $4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$ को पूर्ण वर्ग बनाकर हल कीजिए। (3)

उत्तर :

दिया गया द्विघात समीकरण है-

$$4x^2 + 4\sqrt{3}x + 3 = 0$$

$$4x^2 + 4\sqrt{3}x = -3$$

$$x^2 + \frac{4\sqrt{3}}{4}x = -\frac{3}{4}$$

$$x^2 + \sqrt{3}x = -\frac{3}{4}$$

[x के गुणांक के आधे का वर्ग दोनों पक्षों में जोड़ने पर]

$$x^2 + \sqrt{3}x + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$x^2 + 2 \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4} + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$

$$\left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4} + \frac{3}{4}$$

$$\left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 0$$

$$\left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(x + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0$$

$$x = -\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

अतः दी गई समीकरण के मूल $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ और $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ है।

17. 0 और 50 के बीच की विषम संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए। (3)

उत्तर :

0 और 50 के बीच की विषम संख्याओं की सूची क्रमानुसार होगी

1, 3, 5, 7, ..., 49

प्रथम पद, $a = 1$

सार्वअन्तर, $d = 3 - 1 = 2$

अंतिम पद, $a_n = 49$

हम जानते हैं कि,

$$a + (n - 1)d = a_n$$

अतः, $a + (n - 1)d = 49$

$$1 + (n - 1)2 = 49$$

$$(n - 1)2 = 48$$

$$(n - 1) = 24$$

अतः, $n = 25$

A.P. 1, 3, 5, 7, ... का 25 पदों तक योगफल

चूँकि, $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$

$$S_{25} = \frac{25}{2}[2 \times 1 + (25 - 1) \times 2]$$

$$= \frac{25}{2}[2 + 24 \times 2]$$

$$= \frac{25}{2}[2 + 48]$$

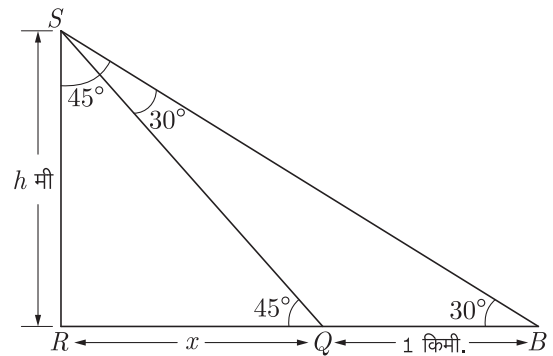
$$= \frac{25}{2} \times 50 = 625$$

अतः 0 और 50 के बीच विषम संख्याओं का योगफल = 625

18. एक पर्वत के शिखर से पूर्व की ओर स्थित दो बिन्दुओं से शिखर के अवनमन कोण 30° व 45° हैं। यदि बिन्दुओं के बीच की दूरी 1 किमी. हो तो पर्वत की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। (3)

उत्तर :

माना कि पर्वत के शिखर से पूर्व की ओर स्थित दो बिन्दुओं P और Q के अवनमन कोण, क्रमशः 30° और 45° है। दोनों बिन्दुओं P और Q के बीच की दूरी 1 किमी. है।



अब समकोण ΔSRP में,

$$\tan 30^\circ = \frac{h}{RP}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{x+1} \quad \dots(1)$$

अब समकोण ΔSRQ में

$$\tan 45^\circ = \frac{h}{RQ}$$

सभी गुरुजनों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 पर सिर्फ TEACHER शब्द व्हाट्सएप करें।
आपसे संपर्क कर आपको विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजे जाएँगे।

$$\begin{aligned} \text{या} \quad 1 &= \frac{h}{x} \\ h &= x \end{aligned} \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) में x का मान समी. (2) में रखने पर

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{3}} &= \frac{h}{h+1} \\ h+1 &= \sqrt{3} \times h \end{aligned}$$

$$\text{या} \quad 1 = \sqrt{3}h - h$$

$$h(\sqrt{3} - 1) = 1$$

$$\begin{aligned} h &= \frac{1}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} \\ &= \frac{1(\sqrt{3} + 1)}{2} = \frac{1}{2}(1.732 + 1) \end{aligned}$$

$$h = \frac{2.732}{2} = 1.366 \text{ मीटर}$$

अतः, पर्वत की ऊँचाई = 1.366 मीटर है।

19. ΔABC समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $AB = AC$, BC का मध्य बिन्दु D है। सिद्ध कीजिए कि परिकेन्द्र, अंतःकेन्द्र, लम्ब केन्द्र तथा केन्द्रक सभी AD रेखा पर स्थित हैं। (3)

उत्तर :

दिया है- ΔABC समद्विबाहु त्रिभुज है जिसमें $AB = AC$ तथा D, BC का मध्य बिन्दु है।

सिद्ध करना है- परिकेन्द्र, अंतःकेन्द्र, लम्बकेन्द्र तथा केन्द्रक सभी AD रेखा पर स्थित हैं।

उपपत्ति-

परिकेन्द्र- किसी त्रिभुज का परिकेन्द्र इसकी भुजा के लम्ब समद्विभाजक पर होता है।

$$\Delta ABD \cong \Delta ACD \text{ (भुजा-भुजा-भुजा नियम)}$$

$$\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$$

$$(\because \angle ADB + \angle ADC = 180^\circ)$$

अतः, $AD \perp BC$

अब $AD \perp BC$ तथा $BD = DC$

AD , भुजा BC का लम्ब समद्विभाजक है। अतः परिकेन्द्र AD पर स्थित है।

अंतःकेन्द्र- त्रिभुज के अंतःकेन्द्र, कोणों के समद्विभाजक पर स्थित होता है।

$$\Delta ABD \cong \Delta ACD \text{ (भुजा-भुजा-भुजा नियम)}$$

$$\angle BAD = \angle CAD \text{ (CPCT से)}$$

अतः, AD , कोण BAC का समद्विभाजक है।

अतः त्रिभुज का अंतःकेन्द्र, AD पर स्थित है।

लम्ब केन्द्र- त्रिभुज का लम्ब केन्द्र, लम्ब पर स्थित होता है।

$$\Delta ABD \cong \Delta ACD \text{ (भुजा-भुजा-भुजा नियम से)}$$

$$\angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$$

अतः त्रिभुज का लम्ब केन्द्र AD पर स्थित है।

केन्द्रक- त्रिभुज का केन्द्रक, माध्यिकाओं पर स्थित होता है।

चूँकि, D भुजा BC का मध्य बिन्दु है।

AD , ΔABC की माध्यिका है।

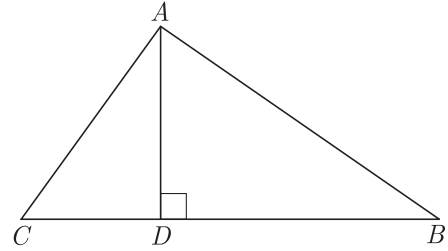
अतः केन्द्रक AD पर स्थित है।

(इतिसिद्धम्)

20. किसी ΔABC के शीर्ष A से भुजा BC पर डाला गया लम्ब BC को बिन्दु D पर इस प्रकार प्रतिच्छेदित करता है कि $DB = 3CD$ है। सिद्ध कीजिए कि-

$$2AB^2 = 2AC^2 + BC^2 \text{ है।}$$

उत्तर :



दिया है- ΔABC में आधार BC पर शीर्ष A से AD लम्ब इस प्रकार डाला गया है कि

$$BD = 3CD$$

सिद्ध करना है- $2AB^2 = 2AC^2 + BC^2$

उपपत्ति- समकोण ΔABD में,

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$

दोनों ओर 2 से गुणा करने पर,

$$2AB^2 = 2AD^2 + 2BD^2$$

$$2AB^2 = 2(AC^2 - CD^2) + 2(3CD)^2$$

$$[\because AD^2 = AC^2 - CD^2; BD = 3CD]$$

$$2AB^2 = 2AC^2 - 2CD^2 + 18CD^2$$

$$= 2AC^2 + 16CD^2$$

$$= 2AC^2 + (4CD)^2$$

$$= 2AC^2 + [CD + 3CD]^2$$

$$= 2AC^2 + (CD + BD)^2$$

$$(\because 3CD = BD)$$

$$= 2AC^2 + BC^2$$

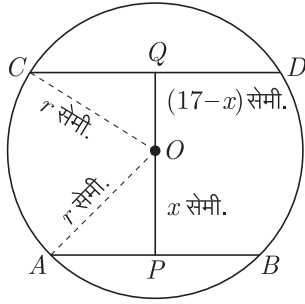
$$(\because BC = CD + BD)$$

अतः $2AB^2 = 2AC^2 + BC^2$ इतिसिद्धम्

21. AB और CD वृत्त की दो जीवाएँ इस प्रकार हैं कि $AB = 10$ सेमी., $CD = 24$ सेमी. और $AB \parallel CD$ है। AB एवं CD के बीच की दूरी 17 सेमी. है। वृत्त की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। (3)

उत्तर :

माना O वृत्त का केन्द्र है। इसमें $AB = 10$, $CD = 24$ सेमी. वृत्त की दो जीवाएँ हैं। इनके बीच की दूरी 17 सेमी. है।



माना वृत्त की त्रिज्या = r सेमी.

और $OP = x$ सेमी.

$$AP = \frac{10}{2} = 5 \text{ सेमी.}$$

$$CQ = \frac{24}{2} = 12 \text{ सेमी.}$$

समकोण त्रिभुज APO में,

$$(AO)^2 = (AP)^2 + (OP)^2$$

$$(r)^2 = (5)^2 + (x)^2 \quad \dots(1)$$

समकोण त्रिभुज OQC में,

$$(CO)^2 = (OQ)^2 + (CQ)^2$$

$$r^2 = (17-x)^2 + (12)^2 \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) तथा (2) को बराबर करने पर

$$(5)^2 + (x)^2 = (17-x)^2 + (12)^2$$

$$25 + x^2 = 289 - 34x + x^2 + 144$$

$$25 = -34x + 433$$

$$34x = 408$$

$$x = \frac{408}{34} = 12 \text{ सेमी.}$$

x का मान समीकरण (1) में रखने पर

$$(r)^2 = (5)^2 + (x)^2$$

$$r^2 = (5)^2 + (12)^2$$

$$= 25 + 144 = 169$$

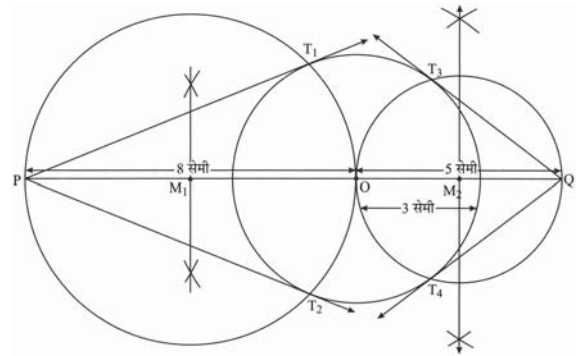
$$r = \sqrt{169} = 13 \text{ सेमी.}$$

अतः वृत्त की त्रिज्या = 13 सेमी.

22. 3 सेमी. त्रिज्या का एक वृत्त खींचिए। इसके बड़ाए हुए एक व्यास के दोनों ओर दो बिंदु P और Q लीजिए जो केंद्र से क्रमशः 8 सेमी. और 5 सेमी. की दूरी पर हों। बिन्दुओं P और Q से वृत्त पर स्पर्श रेखाएँ

खींचिए। रचना के चरण लिखिए

(3)



उत्तर :

रचना के चरण:

1. बिंदु O को केन्द्र लेकर, 3 सेमी. त्रिज्या वाला एक वृत्त बनाइए।
2. दो बिंदु P और Q जो कि बड़ाए गए व्यास पर इस प्रकार लीजिए कि $OP = 8$ सेमी. और $OQ = 5$ सेमी।
3. OP और OQ को समद्विभाजित कीजिए जिससे M_1 और M_2 क्रमशः OP और OQ के मध्यबिंदु हैं।
4. M_1 को केंद्र मानकर और M_1P को त्रिज्या लेकर एक वृत्त बनाइए जो वृत्त को T_1 और T_2 पर प्रतिच्छेद करे।
5. PT_1 और PT_2 को मिलाइए।
6. M_2 को केन्द्र लेकर और M_2Q को त्रिज्या लेकर वृत्त बनाइए जो वृत्त को T_3 और T_4 पर प्रतिच्छेद करे।
7. QT_3 और QT_4 को मिलाइए।

इस प्रकार, PT_1 , PT_2 , QT_3 और QT_4 अभीष्ट स्पर्श रेखाएँ हैं।

23. एक घड़ी के घण्टे की सुई 5 सेमी. लम्बी है। 70 मिनट में इस सुई द्वारा बनाए गए त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। (3)

उत्तर :

घण्टे की सुई 5 सेमी. त्रिज्या का त्रिज्यखण्ड बनाती है।

घण्टे की सुई द्वारा 70 मिनट में अन्तरित कोण

$$= 70 \times \frac{1}{2} = 35^\circ$$

अतः, घण्टे की सुई द्वारा निर्मित त्रिज्यखण्ड का क्षेत्रफल,

$$A = \frac{\pi r^2 \theta}{360^\circ}$$

$$= \frac{22}{7} \times 5 \times 5 \times \frac{35^\circ}{360^\circ} \text{ सेमी.}^2$$

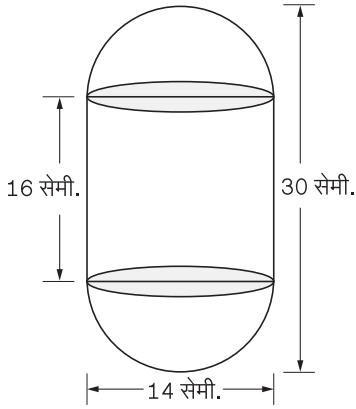
$$= 7.638 \text{ सेमी.}^2$$

या 7.64 सेमी.²

24. एक लम्ब वृत्तीय बेलनाकार ड्रम के आधार और शिखर दोनों अर्द्धवृत्ताकार हैं। बेलनाकार भाग का व्यास 14 सेमी. और कुल ऊँचाई 30 सेमी. है। ड्रम का सम्पूर्ण पृष्ठ ज्ञात कीजिए। (3)

उत्तर :

प्रश्नानुसार,



यहाँ, $2r = 14$
 $\Rightarrow r = 7$ सेमी.

बेलनाकार भाग की ऊँचाई,
 $h = 30 - 2 \times 7$
 $= 16$ सेमी.

ड्रम का सम्पूर्ण पृष्ठ = $2 \times$ अर्द्धगोले का वक्रपृष्ठ
 $+ \text{बेलन का वक्रपृष्ठ}$
 $= 2 \times 2\pi r^2 + 2\pi rh$
 $= 2\pi r(2r + h)$
 $= 2 \times \frac{22}{7} \times 7(2 \times 7 + 16)$
 $= 44 \times 30 = 1320$ सेमी.²

25. एक सन्दूक में 90 डिस्क हैं, जिन पर 1 से 90 तक की संख्याएँ लिखी हैं। एक डिस्क यादृच्छया निकाली जाती है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस पर

1. दो अंकों की संख्या है।
2. 5 से विभाजित एक संख्या है।

(3)

उत्तर :

यहाँ, $n(S) = 90$

1. माना $A =$ दो अंकों की संख्या प्राप्त होने की घटना है
 अनुकूल अवसर 10, 11, 12, 13, 14, ..., 90 हैं।

अतः, $n(A) = 81$

तथा, $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{81}{90} = \frac{9}{10}$

2. माना $B =$ 5 से विभाज्य संख्या प्राप्त होने की घटना है।
 अनुकूल अवसर 10, 15, 20, 25, 30,, 90 हैं।
 माना इसकी संख्या n है।

अतः, $T_n = 90$

$10 + (n - 1)5 = 90$

$[a_n = a + (n - 1)d, \text{ A.P. के लिये}]$

$(n - 1)5 = 80 \Rightarrow n - 1 = 16 \Rightarrow n = 17$

$n(B) = 17$

$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{17}{90}$

भाग-द

26. आलेखीय विधि द्वारा निम्न समीकरण निकाय का हल ज्ञात कीजिए-
 (6)

$2x + 4y = 10$

$3x + 6y = 12$

उत्तर :

दिये गये समीकरण निकाय है-

$2x + 4y = 10$... (1)

$3x + 6y = 12$... (2)

समीकरण (1) से

$2x + 4y = 10$

या $4y = 10 - 2x$

या $y = \frac{10 - 2x}{4}$

$x = 1$ रखने पर, $y = \frac{10 - 2 \times 1}{4}$

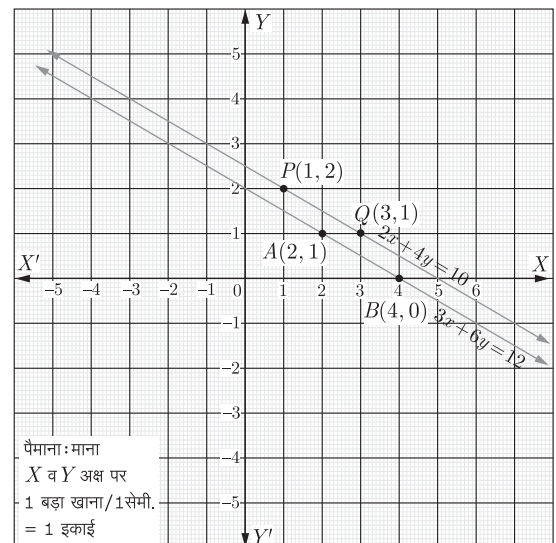
$= \frac{10 - 2}{4} = \frac{8}{4} = 2$

$x = 3$ रखने पर, $y = \frac{10 - 2 \times 3}{4}$

$= \frac{10 - 6}{4} = \frac{4}{4} = 1$

अतः समीकरण (1) के लिए बिन्दु सारणी निम्न प्रकार प्राप्त होती है-

x	1	3
y	2	1



इसी प्रकार समीकरण (2) से,

सभी विद्यार्थियों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर/डेस्क वर्क प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में एड करें। आपकी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में पेपर भेज दिए जाएंगे।

$$3x + 6y = 12$$

या $6y = 12 - 3x$

या $y = \frac{12 - 3x}{6}$

$x = 2$ रखने पर, $y = \frac{12 - 3 \times 2}{6}$
 $= \frac{12 - 6}{6} = \frac{6}{6} = 1$

$x = 4$ रखने पर, $y = \frac{12 - 3 \times 4}{6}$
 $= \frac{12 - 12}{6} = \frac{0}{6} = 0$

अतः समीकरण (2) के लिए बिन्दु सारणी निम्न प्रकार प्राप्त होती है-

x	2	4
y	1	0

अब उपरोक्त सारणियों से प्राप्त बिन्दुओं को ग्राफ पेपर पर आलेखित करते हैं एवं बिन्दुओं को मिलाकर ग्राफ (आलेख) प्राप्त करते हैं।

समीकरण निकाय का कोई हल नहीं होगा एवं युग्म असंगत होगा। समान्तर रेखाएँ होंगी।

27. सिद्ध कीजिए- (3+3=6)

(1) $\frac{\sin^4 \theta - \cos^4 \theta}{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta} = 1$

(2) $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} + \frac{\sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta + \cos \theta} = \frac{2}{1 - 2\cos^2 \theta}$
 $= \frac{2}{2\cos^2 \theta - 1}$

उत्तर :

(1) L.H.S. $= \frac{\sin^4 \theta - \cos^4 \theta}{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}$
 $= \frac{(\sin^2 \theta)^2 - (\cos^2 \theta)^2}{(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)}$
 $= \frac{(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)}{(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)}$
 $[\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$
 $= \frac{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta} = 1 = \text{R.H.S. इतिसिद्धम्}$

(2) L.H.S. $= \frac{\sin \theta + \cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta} + \frac{\sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta + \cos \theta}$
 $= \frac{(\sin \theta + \cos \theta)^2 + (\sin \theta - \cos \theta)^2}{(\sin \theta - \cos \theta)(\sin \theta + \cos \theta)}$
 $= \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + 2\sin \theta \cos \theta + \sin^2 \theta + \cos^2 \theta - 2\sin \theta \cos \theta}{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}$
 $[\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1]$
 $= \frac{1 + 1}{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}$
 $= \frac{2}{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta} \dots(1)$

$$= \frac{2}{(1 - \cos^2 \theta) - \cos^2 \theta}$$

$$= \frac{2}{1 - 2\cos^2 \theta} = \text{R.H.S.}$$

पुनः समी. (1) से,

$$\frac{2}{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta} = \frac{2}{\sin^2 \theta - (1 - \sin^2 \theta)}$$

$$= \frac{2}{2\sin^2 \theta - 1}$$

$$= \text{R.H.S. इतिसिद्धम्}$$

अथवा

27. सिद्ध कीजिये (3+3=6)

(1) $\frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta} = 1 + \sec \theta \operatorname{cosec} \theta$

(2) $\frac{\cot A + \operatorname{cosec} A - 1}{\cot A - \operatorname{cosec} A + 1} = \frac{1 + \cos A}{\sin A}$

उत्तर :

(1) L.H.S. $= \frac{\tan \theta}{1 - \cot \theta} + \frac{\cot \theta}{1 - \tan \theta}$
 $= \frac{\sin \theta / \cos \theta}{1 - \cos \theta / \sin \theta} + \frac{\cos \theta / \sin \theta}{1 - \sin \theta / \cos \theta}$
 $\left[\because \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \right]$
 $\left[\cot \theta = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right]$
 $= \frac{\sin \theta}{\cos \theta \left(\frac{\sin \theta - \cos \theta}{\sin \theta} \right)} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta \left(\frac{\cos \theta - \sin \theta}{\cos \theta} \right)}$
 $= \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta (\sin \theta - \cos \theta)} - \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta (\sin \theta - \cos \theta)}$
 $= \frac{1}{(\sin \theta - \cos \theta)} \left[\frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} - \frac{\cos^2 \theta}{\sin \theta} \right]$
 $= \frac{1}{(\sin \theta - \cos \theta)} \left[\frac{\sin^3 \theta - \cos^3 \theta}{\sin \theta \cos \theta} \right]$
 $= \frac{1}{(\sin \theta - \cos \theta)} \left[\frac{(\sin \theta - \cos \theta)(\sin^2 \theta + \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta)}{\sin \theta \cos \theta} \right]$
 $[\because a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + b^2 + ab)]$
 $= \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \sin \theta \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta}$
 $= \frac{1 + \sin \theta \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta} \quad [\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$
 $= \frac{\sin \theta \cos \theta}{\sin \theta \cos \theta} + \frac{1}{\sin \theta \cos \theta}$
 $1 + \sec \theta \operatorname{cosec} \theta = \text{R.H.S. इतिसिद्धम्}$

(2) L.H.S. $= \frac{\cot A + \operatorname{cosec} A - 1}{\cot A - \operatorname{cosec} A + 1}$
 $= \frac{\frac{\cos A}{\sin A} + \frac{1}{\sin A} - 1}{\frac{\cos A}{\sin A} - \frac{1}{\sin A} + 1}$

$$= \frac{\cos A + 1 - \sin A}{\cos A - 1 + \sin A}$$

अंश तथा हर में $(\cos A - 1) - \sin A$ से गुणा करने पर,

$$= \frac{\cos A + 1 - \sin A}{\cos A - 1 + \sin A} \times \frac{(\cos A - 1) - \sin A}{(\cos A - 1) - \sin A}$$

$$\cos^2 A - \cos A - \sin A \cos A + \cos A - 1$$

$$= \frac{-\sin A - \sin A \cos A \sin A + \sin^2 A}{(\cos A - 1)^2 - \sin^2 A}$$

$$= \frac{-2 \sin A \cos A}{\cos^2 A + 1 - 2 \cos A - \sin^2 A}$$

$$[\because \sin^2 A = \cos A - 1]$$

$$= \frac{-2 \sin A \cos A}{2 \cos^2 A - 2 \cos A} = \frac{-2 \sin A \cos A}{2 \cos^2 A (1 - \cos A)}$$

$$= \frac{\sin A (1 + \cos A)}{(1 - \cos A) \times (1 + \cos A)} = \frac{\sin A (1 + \cos A)}{1 - \cos^2 A}$$

$$= \frac{\sin A (1 + \cos A)}{\sin^2 A} = \frac{1 + \cos A}{\sin A}$$

= R.H.S. इतिसिद्धम्

$$= \frac{1 \times 2 + 2 \times 9}{1 + 2}$$

$$= \frac{2 + 18}{3} = \frac{20}{3}$$

अतः, बिन्दु P के निर्देशांक $= \left(\frac{23}{3}, \frac{20}{3} \right)$

स्थिति 2: इसी प्रकार बिन्दु P के निर्देशांक (x', y') ज्ञात करने के लिए P' रेखा AB को 2:1 में विभाजित करती है।

$$\text{अतः, } x' = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$$

यहाँ $m_1 = 1$ तथा $m_2 = 2$

$$\text{अतः, } x' = \frac{2 \times 1 + 1 \times 11}{2 + 1}$$

$$= \frac{2 + 11}{3} = \frac{13}{3}$$

$$\text{तथा, } y' = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{2 \times 2 + 1 \times 9}{2 + 1}$$

$$= \frac{4 + 9}{3} = \frac{13}{3}$$

अतः, बिन्दु P के निर्देशांक $= \left(\frac{13}{3}, \frac{13}{3} \right)$ होंगे।

28. 1. सिद्ध कीजिए कि बिन्दुओं $(5,7)$ और $(3,9)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड का मध्य बिन्दु वही है जो बिन्दुओं $(8,6)$ तथा $(0,10)$ को मिलाने वाले रेखाखण्ड का मध्य बिन्दु है। (2)
2. बिन्दुओं $(11,9)$ और $(1,2)$ को मिलाने वाली रेखा को समत्रिभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।(4)

उत्तर :

1. बिन्दु $A(5,7)$ तथा $B(3,9)$ का मध्य बिन्दु

$$= \left[\frac{5+3}{2}, \frac{7+9}{2} \right] = \left(\frac{8}{2}, \frac{16}{2} \right) = (4,8)$$

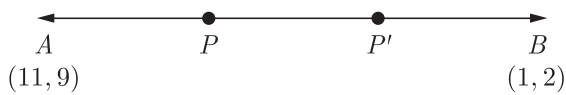
तथा बिन्दु $C(8,6)$ तथा $D(0,10)$ का मध्य बिन्दु

$$= \left[\frac{8+0}{2}, \frac{6+10}{2} \right] = \left(\frac{8}{2}, \frac{16}{2} \right) = (4,8)$$

अतः दोनों बिन्दुओं के रेखाखण्ड का मध्य बिन्दु समान है।

इतिसिद्धम्

2. माना कि रेखा AB को P तथा P' तीन बराबर भागों में (समत्रिभाजन) बाँटते हैं।



स्थिति 1: बिन्दु P रेखाखण्ड AB को 1:2 में विभाजित करता है। तब माना कि बिन्दु P के निर्देशांक (x, y) हैं।

$$\text{अतः, } x = \frac{m_1 x_2 + m_2 x_1}{m_1 + m_2}$$

यहाँ $m_1 = 1$ तथा $m_2 = 2$

$$\text{अतः, } x = \frac{1 \times 1 + 2 \times 11}{1 + 2}$$

$$= \frac{1 + 22}{3} = \frac{23}{3}$$

तथा

$$y = \frac{m_1 y_2 + m_2 y_1}{m_1 + m_2}$$

29. सिद्ध करो कि यदि दो त्रिभुजों में संगत भुजाओं का अनुपात बराबर हो, तो दोनों त्रिभुज परस्पर समरूप होते हैं।

उत्तर :

दिया हुआ है- ΔABC एवं ΔDEF में $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{CA}{FD}$ है। सिद्ध करना है- $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

रचना- ΔDEF में $DP = AB$ और $DQ = AC$ काटिए तथा P और Q को मिलाइए।

उपपत्ति- $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ (दिया हुआ)

$$\frac{DP}{DE} = \frac{DQ}{DF} \text{ (रचना से)}$$

$$PQ \parallel EF$$

(आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विलोम से)

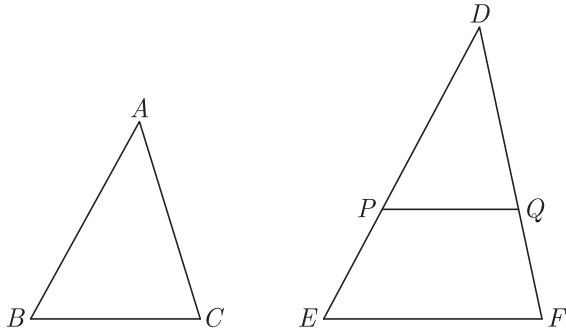
$$\angle DPQ = \angle E \text{ तथा } \angle DQP = \angle F \text{ (संगत कोण)}$$

अतः, ΔDPQ समरूपता गुणधर्म से,

$$\Delta DPQ \sim \Delta DEF \quad \dots(1)$$

$$\frac{DP}{DE} = \frac{PQ}{EF} \text{ (समरूपता गुणधर्म से)}$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{PQ}{EF} \text{ (}\because AB = DP \text{ रचना से)}$$



परन्तु $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ (दिया हुआ)

अतः $\frac{PQ}{EF} = \frac{BC}{EF}$

$PQ = BC$ इस प्रकार $\triangle ABC$ और $\triangle DPQ$ में

$AB = DP$, $BC = PQ$ और $AC = DQ$

अतः SSS सर्वांगसम नियम से,

$$\triangle ABC \cong \triangle DPQ \quad \dots(2)$$

(1) व (2) से,

$$\triangle ABC \cong \triangle DPQ \text{ और } \triangle DPQ \sim \triangle DEF$$

(दो सर्वांगसम त्रिभुज समरूप होते हैं)

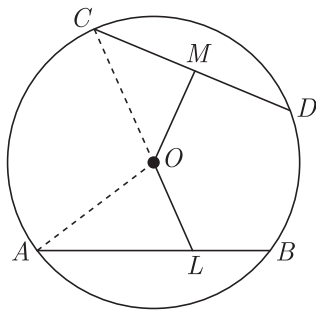
अतः $\triangle ABC \sim \triangle DPQ$ और $\triangle DPQ \sim \triangle DEF$

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF \quad \text{इतिसिद्धम्}$$

अथवा

29. सिद्ध कीजिए कि वृत्त के अन्दर किसी बिन्दु से होकर जाने वाली सभी जीवाओं में से वह जीवा सबसे छोटी होती है, जो उस बिन्दु से होकर जाने वाले व्यास पर लम्ब होती है। (6)

उत्तर :



माना AB व CD वृत्त की दो जीवाएँ हैं।

$OL \perp AB$, $OM \perp CD$

ताकि $OL < OM$

OA व OC को मिलाया।

वृत्त के केन्द्र से जीवा पर डाले गये लम्ब इसको समद्विभाजित करता है।

अतः, $AL = \frac{1}{2}AB$ तथा $CM = \frac{1}{2}CD$

$\triangle OAL$ तथा $\triangle OCM$ में,

$$OA^2 = OL^2 + AL^2 \text{ तथा } OC^2 = OM^2 + CM^2$$

$$AL^2 = OA^2 - OL^2 \quad \dots(1)$$

$$CM^2 = OC^2 - OM^2 \quad \dots(2)$$

$$OL < OM$$

या $OL^2 < OM^2$

$$OA^2 - OL^2 > OA^2 - OM^2$$

$$OA^2 - OL^2 > OC^2 - OM^2 \quad (\because OA^2 = OC^2)$$

$$AL^2 > CM^2 \quad (\text{समीकरण 1 व 2 से})$$

$$AL > CM$$

$$2AL > 2CM$$

अतः, $AB > CD$

अतः वृत्त के अन्दर किसी बिन्दु से होकर जाने वाली सभी जीवाओं में से वह जीवा सबसे छोटी होती है, जो उस बिन्दु से होकर जाने वाले व्यास पर लम्ब होती है। इतिसिद्धम्

30. एक जीवन बीमा एजेंट 100 पॉलिसी धारकों की आयु के बंटन के निम्नलिखित आँकड़े ज्ञात करता है। माध्यक आयु परिकलित कीजिए, यदि पॉलिसी केवल उन्हीं व्यक्तियों को दी जाती है, जिनकी आयु 18 वर्ष या उससे अधिक हो परन्तु 60 वर्ष से कम हो। (6)

आयु वर्षों में	पॉलिसी धारकों की संख्या
20 से कम	2
25 से कम	6
30 से कम	24
35 से कम	45
40 से कम	78
45 से कम	89
50 से कम	92
55 से कम	98
60 से कम	100

उत्तर :

इसमें संचयी बारम्बारता दी गई है। अतः बारम्बारता सारणी बनाते हैं।

आयु (वर्षों में)	वर्ग	cf	f
20 से कम	20 से कम	2	2
25 से कम	20-25	6	6-2=4
30 से कम	25-30	24	24-6=18
35 से कम	30-35	45	45-24=21
40 से कम	35-40	78	78-45=33
45 से कम	40-45	89	89-78=11
50 से कम	45-50	92	92-89=3
55 से कम	50-55	98	98-92=6
60 से कम	55-60	100	100-98=2

$$\frac{N}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

माध्यक वर्ग = 35 - 40

$$l = 35, \frac{N}{2} = 50,$$

$$cf = 45, f = 33, h = 5$$

माध्यक,

$$M = l + \left(\frac{\frac{N}{2} - cf}{f} \right) \times h$$

$$= 35 + \left(\frac{50 - 45}{33} \right) \times 5$$

$$= 35 + \frac{5 \times 5}{33}$$

$$= 35 + 0.76 = 35.76$$

सत्र 2020-21 से नये पाठ्यक्रमानुसार सभी कक्षाओं के सभी विषयों की टेक्स्ट बुक एवं सभी प्रकार की सहायक अध्ययन सामग्री विद्यार्थियों को मोबाइल पर व्हाट्सएप द्वारा एवं वेबसाइट www.rbse.online पर उपलब्ध करवायी जाएगी। इसके लिये विद्यार्थियों से किसी भी प्रकार का कोई शुल्क नहीं लिया जाएगा। इसके लिये विद्यार्थियों को किसी भी प्रकार का कोई OTP Verification या Email द्वारा Verification नहीं देना होगा। हमारा व्हाट्सएप नम्बर जानने या अन्य किसी भी प्रकार की जानकारी के लिये वेबसाइट www.rbse.online पर विजिट करें।