

राजस्थान बोर्ड परीक्षा 2019-20

10वीं कक्षा

गणित

मॉडल पेपर 1

समय : 3¼ घंटे

(पूर्णांक : 80)

परीक्षार्थियों के लिए सामान्य निर्देश-

1. सभी प्रश्न करने अनिवार्य हैं।
- 2.

भाग	प्रश्न संख्या	अंक प्रत्येक प्रश्न
अ	1-10	1
ब	11-15	2
स	16-25	3
द	26-30	6

3. प्रश्न क्रमांक 27 व 29 में आन्तरिक विकल्प हैं।
4. प्रश्न क्रमांक 26 का लेखाचित्र ग्राफ पेपर पर बनाइए।

भाग-अ

$$x = \frac{4 \times 1 - 1 \times 3}{2 \times 3 - 3 \times 1} = \frac{4 - 3}{6 - 3} = \frac{1}{3}$$

1. सूत्र एकाधिकेन पूर्वेण का प्रयोग करते हुए $31\frac{1}{3} \times 31\frac{2}{3}$ का मान ज्ञात कीजिये।

उत्तर :

$$31\frac{1}{3} \times 31\frac{2}{3} = 31 \times (31 + 1) \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = 31 \times 32 \times \frac{2}{9} = 999\frac{2}{9}$$

संकेत:-

1. यहाँ भिन्न संख्या का योग $(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}) = 1$ है।
 2. शेष निखिलम् अंक समान = 31 है।
2. सूत्र परावर्त्य योजयेत् द्वारा समीकरण $\frac{2x+1}{3x+4} = \frac{1}{3}$ का हल ज्ञात कीजिए।

उत्तर :

हम जानते हैं कि,

बीजीय सूत्र $\frac{ax+b}{p} = \frac{cx+d}{q}$ हो तो $x = \frac{dp - bq}{aq - cp}$

अतः

$$\frac{2x+1}{3x+4} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{2x+1}{1} = \frac{3x+4}{3}$$

3. 140 संख्या को अभाज्य गुणनखण्डों के गुणनफल के रूप में व्यक्त कीजिए।

उत्तर :

$$\begin{array}{r|l} 2 & 140 \\ \hline 2 & 70 \\ \hline 5 & 35 \\ \hline 7 & 7 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7 = 2^2 \times 5 \times 7$$

4. $(\cos^2 67^\circ - \sin^2 23^\circ)$ का मान क्या है?

उत्तर :

प्रदत्त

$$\begin{aligned} \cos^2 67^\circ - \sin^2 23^\circ &= \cos^2 67^\circ - \sin^2 (90^\circ - 67^\circ) \\ &= \cos^2 67^\circ - \cos^2 67^\circ = 0 \end{aligned}$$

सभी विद्यार्थियों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर/डेस्क वर्क प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में एड करें। आपकी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में पेपर भेज दिए जाएंगे।

$$[\because \sin(90^\circ - A) = \cos A]$$

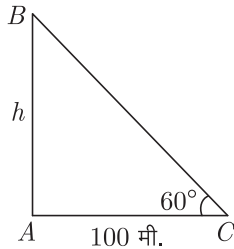
$$= \frac{\text{घटना के अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल सम्भव परिणामों की संख्या}}$$

$$= \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

5. किसी समय सूर्य का उन्नयन कोण 60° है तथा उसी समय एक खम्भे की छाया की लम्बाई 100 मीटर है। टॉवर की ऊँचाई क्या होगी ?

उत्तर :

माना टॉवर की ऊँचाई h मीटर है।



ABC में,

$$\angle C = 60^\circ \text{ तथा } AC = 100 \text{ मीटर}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{लम्बा}}{\text{आधार}}$$

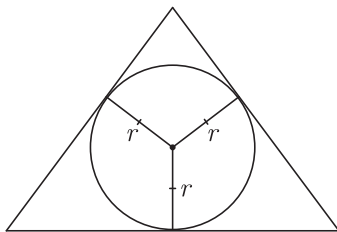
$$\therefore \tan 60^\circ = \sqrt{3} = \frac{h}{100}$$

$$h = 100\sqrt{3} \text{ मीटर}$$

6. त्रिभुज के अन्दर उस बिन्दु का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिये जो कि त्रिभुज की तीनों भुजाओं से समान दूरी पर हो।

उत्तर :

हम जानते हैं कि त्रिभुज की तीनों भुजाओं से समान दूरी पर स्थित बिन्दु वृत्त का अन्तः केन्द्र होता है।



7. वृत्त की सतह पर स्थित बिन्दु पर कितनी स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती हैं ?

उत्तर :

हम जानते हैं कि वृत्त के किसी बिन्दु पर केवल एक ही स्पर्श रेखा खींची जा सकती है।

8. एक पासे के फेंकने पर सम अंक आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर :

एक पासे को फेंकने पर कुल सम्भव घटनाएँ = 6

सम अंक आने के परिणाम = 2, 4, 6

अतः सम अंक आने की घटना = 3

\therefore सम अंक आने की प्रायिकता

9. प्रतीक ने पहली, दूसरी, तीसरी यातायात लाइट को क्रमशः 5, 12, 19 सेकण्ड में पार किया हो एवं अगर वह इसी क्रम से यातायात लाइट को पार करता है तो 10वीं यातायात लाइट को वह कितने समय में पार करेगा ?

उत्तर :

प्रतीक द्वारा यातायात लाइटों को पार करने का समय एक समान्तर श्रेणी का निर्माण करता है-

$$5, 12, 19, \dots \text{ यहाँ } a = 5, d = 12 - 5 = 7$$

10वीं लाइट को पार करने में लगा समय $a_n = a + (n - 1)d$, जहाँ, $n = 10$ है।

$$\Rightarrow a_{10} = 5 + (10 - 1) \times 7$$

$$\Rightarrow a_{10} = 5 + 9 \times 7$$

$$\Rightarrow a_{10} = 5 + 63 \Rightarrow a_{10} = 68$$

अतः रमेश 10वीं यातायात लाइट को 68 सेकण्ड में पार करेगा।

10. एक बस स्टैण्ड पर साधारण बसों की संख्या डीलक्स बसों की संख्या की तिगुनी है, यदि साधारण बसों की संख्या x है तो 5 वर्ष बाद डीलक्स बसों की संख्या लिखिए।

उत्तर :

दिया गया है कि,
साधारण बसों की संख्या,

$$x = 3 \times \text{डीलक्स बसों की संख्या}$$

$$\text{तब, डीलक्स बसों की संख्या} = \frac{1}{3}x$$

$$5 \text{ वर्ष बाद डीलक्स बसों की संख्या} = \frac{1}{3}x + 5$$

(भाग-ब)

7. वृत्त की सतह पर स्थित बिन्दु पर कितनी स्पर्श रेखाएँ खींची जा सकती हैं ?

उत्तर :

हम जानते हैं कि वृत्त के किसी बिन्दु पर केवल एक ही स्पर्श रेखा खींची जा सकती है।

8. एक पासे के फेंकने पर सम अंक आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

उत्तर :

एक पासे को फेंकने पर कुल सम्भव घटनाएँ = 6

सम अंक आने के परिणाम = 2, 4, 6

अतः सम अंक आने की घटना = 3

\therefore सम अंक आने की प्रायिकता

11. सूत्र निलिखम् का प्रयोग करते हुए $111034 \div 889$ का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर :

	खण्ड	
प्रथम	द्वितीय	तृतीय
889	111	034
111	11	1
	2	22
		444
	124	798

संकेत:

$$1. \quad \text{पुरक संख्या} = 1000 - 889$$

$$2. \quad \text{भागफल} = 124$$

सभी गुरुजनों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्व्ड मॉडल पेपर प्राप्त करने के लिए 9460377092 पर सिर्फ TEACHER शब्द SMS करें (व्हाट्सएप्प ना करें) आपसे संपर्क कर आपको विशेष रूप से मॉडल पेपर भेजे जाएंगे।

3. शेषफल = 798

12. दो संख्याओं का ल.स. 42 और म.स. 7 है। यदि इनमें से एक संख्या 14 हो तो दूसरी संख्या क्या होगी?

उत्तर :

∴ पहली संख्या × दूसरी संख्या = ल.स. × म.स.

⇒ $14 \times \text{दूसरी संख्या} = 42 \times 7$

∴ दूसरी संख्या = $\frac{42 \times 7}{14} = 21$

13. एक वृत्त की त्रिज्या 3.5 सेमी. है। वृत्त की परिधि तथा क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर :

दिया है-

वृत्त की त्रिज्या, $r = 3.5$ सेमी.

$$\begin{aligned} \text{वृत्त की परिधि} &= 2\pi r \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 = 22 \text{ सेमी.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{वृत्त का क्षेत्रफल} &= \pi r^2 \\ &= \frac{22}{7} \times (3.5) \times (3.5) \\ &= 38.5 \text{ वर्ग सेमी.} \end{aligned}$$

अतः वृत्त की परिधि 22 सेमी. तथा क्षेत्रफल 38.5 वर्ग सेमी. है।

14. एक घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 1014 वर्ग मीटर है। घन की भुजा ज्ञात कीजिए।

उत्तर :

माना घन की भुजा = x मीटर

दिया है-घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 1014 \text{ वर्ग मीटर}$$

अतः घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 6(\text{भुजा})^2$$

अतः $6x^2 = 1014$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{1014}{6} = 169$$

$$x = \sqrt{169} = \sqrt{13 \times 13} = 13 \text{ मीटर}$$

अतः घन की भुजा = 13 मीटर

15. एक सीधे व 12 मीटर ऊँचे पोल के शीर्ष पर एक CCTV कैमरा लगाना है ताकि पोल के शीर्ष से 13 मीटर दूर दृष्टि रेखा के आगे भी यातायात देखा जा सके। इस स्थिति में-

1. पोल के पाद से वह दूरी जिसके आगे से यातायात दिखाई देता है, क्या होगी?

2. पोल के चारों ओर अदर्शनीय वृत्त का क्षेत्रफल कितना होगा?

उत्तर :

1. पाइथागोरस प्रमेय से,

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$BC^2 = AC^2 - AB^2$$

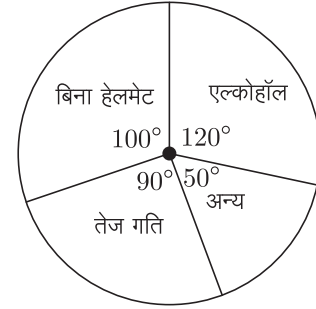
$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$$

$$BC = \sqrt{(13)^2 - (12)^2}$$

$$= \sqrt{169 - 144}$$

$$= \sqrt{25} = 5 \text{ मीटर}$$

अतः पोल के पाद से 5 मीटर की दूरी के आगे का यातायात दिखाई देगा।



2. पोल के चारों ओर अदर्शनीय वृत्त का क्षेत्रफल

$$= \pi R^2 = 3.14 \times (5)^2$$

$$= 3.14 \times 25 = 78.5 \text{ मीटर}$$

(भाग-स)

16. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यकों का योग तथा गुणनफल क्रमशः $1/4$ और -1 हैं।

उत्तर :

माना द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ के शून्यक α और β हैं।

अतः शून्यकों का योग = $-\frac{b}{a}$

$$\text{या } \alpha + \beta = -\frac{b}{a} = \frac{1}{4} \text{ (दिया हुआ है)} \dots(1)$$

तथा शून्यकों का गुणनफल = $\frac{c}{a}$

$$\text{या } \alpha\beta = \frac{c}{a} = -1 \text{ (दिया हुआ है)} \dots(2)$$

यदि $a = k$ जहाँ k एक वास्तविक संख्या है तब समीकरण (1) व (2) से,

$$b = -\frac{k}{4} \text{ तथा } c = -k$$

अतः द्विघात बहुपद $ax^2 + bx + c$ निम्नलिखित रूप में प्राप्त होता है।

$$k^2 - \frac{k}{4}x - k \text{ या } \frac{k}{4}(4x^2 - x - 4)$$

अतः अभीष्ट द्विघात बहुपद $4x^2 - x - 4$ है।

17. दो अंकों वाली कितनी संख्याएँ 3 से विभाज्य हैं?

उत्तर :

3 से विभाजित दो अंकों वाली संख्याएँ हैं-

12, 15, 18, ..., 99

∴ दिए गए अनुक्रम का प्रत्येक पद 3 से विभाज्य है तथा सार्वान्तर समान है।

∴ दिया गया अनुक्रम एक समान्तर श्रेणी है।

माना कि n संख्याएँ 3 से विभाज्य हैं।

यहाँ $a = 12, d = 15 - 12 = 3, a_n = 99$

$$a_n = 99$$

$$a + (n - 1) \times d = 99 \quad [\because a_n = a + (n - 1)d]$$

$$12 + (n - 1) \times 3 = 99$$

$$(n - 1) \times 3 = 99 - 12$$

$$(n - 1) \times 3 = 87$$

$$n - 1 = \frac{87}{3}$$

$$n - 1 = 29$$

$$n = 29 + 1 = 30$$

अतः दो अंकों की 30 संख्याएँ 3 से विभाज्य हैं।

18. आँधी के कारण एक वृक्ष का ऊपरी भाग टूटकर क्षैतिज तल पर 60° का कोण बनाता है। वृक्ष का शिखर क्षैतिज तल पर वृक्ष की जड़ से 10 मीटर की दूरी पर मिलता है। टूटने से पहले वृक्ष की ऊँचाई ज्ञात कीजिए। ($\sqrt{3} = 1.732$)

उत्तर :

माना कि पेड़ के टूटने से पहले पेड़ की लम्बाई $BD = h$ मीटर है।

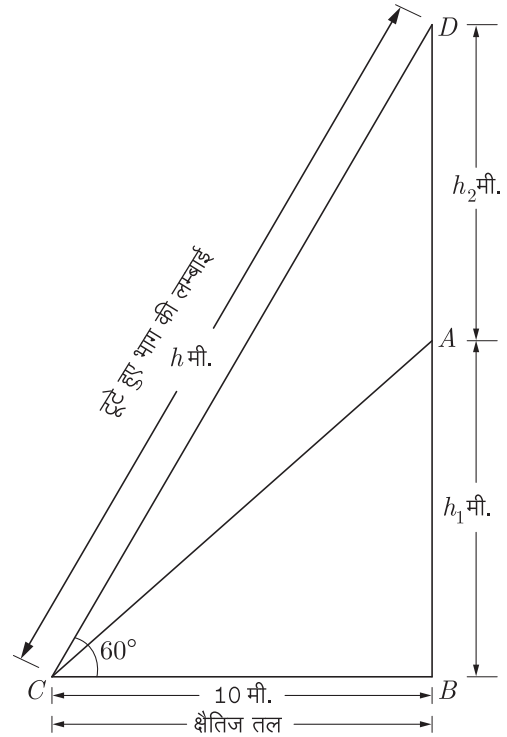
आँधी के पश्चात् $AD = AC =$ टूटे हुए पेड़ के भाग की लम्बाई।

अब समकोण त्रिभुज ABC में

$$\frac{AB}{BC} = \tan 60^\circ \quad [\because \tan \theta = \frac{\text{लम्ब}}{\text{आधार}}]$$

$$\text{या} \quad \frac{h_1}{10} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

$$\text{या} \quad h_1 = 10\sqrt{3} \quad \dots(1)$$



$$\text{तथा} \quad \frac{BC}{AC} = \cos 60^\circ \quad [\because \cos \theta = \frac{\text{आधार}}{\text{कर्ण}}]$$

$$\text{या} \quad \frac{10}{h_2} = \frac{1}{2}$$

$$\text{या} \quad h_2 = 2 \times 10 = 20 \text{ मीटर} \quad \dots(2)$$

∴ पेड़ की कुल लम्बाई,

$$BD(h) = AB(h_1) + AD(h_2)$$

$$= 10\sqrt{3} + 20$$

$$= 10 \times 1.732 + 20$$

$$= 17.32 + 20$$

$$h = 37.32 \text{ मीटर}$$

अतः पेड़ की कुल लम्बाई 37.32 मीटर है।

19. एक ΔABC में, माध्यिकाएँ AD, BE और CF बिन्दु G पर प्रतिच्छेद करती हैं। यदि $AG = 6$ सेमी., $BE = 9$ सेमी. और $GF = 4.5$ सेमी. हों, तो GD और BG ज्ञात कीजिये।

उत्तर :

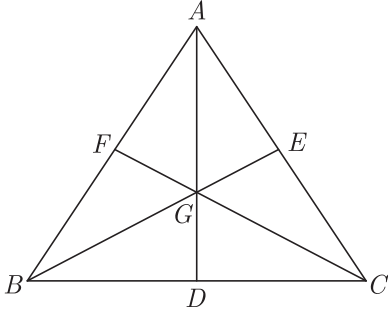
ΔABC में AD, BC की माध्यिका हैं और माध्यिकाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु G है।

$$\therefore \quad \frac{AG}{GD} = \frac{2}{1}$$

लेकिन, $AG = 6$ सेमी.

$$\therefore \quad \frac{6}{GD} = \frac{2}{1}$$

$$\therefore \quad GD = \frac{6}{2} = 3 \text{ सेमी.}$$



ΔABC में BE, AC की माधिका है।

$$\therefore \frac{BG}{GE} = \frac{2}{1}$$

लेकिन, $BE = 9$ सेमी.

$$\therefore \frac{BG}{GE} = \frac{2}{1}$$

लेकिन, $BE = 9$ सेमी.

$$\therefore \frac{BG}{BE - BG} = \frac{2}{1}$$

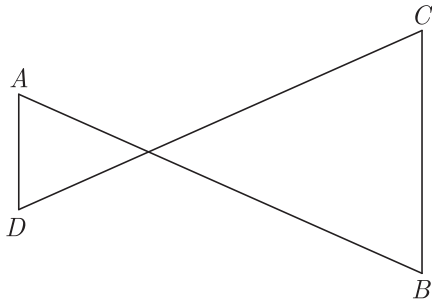
$$\frac{BG}{9 - BG} = \frac{2}{1}$$

$$BG = 18 - 2BG$$

$$3BG = 18$$

$$\therefore BG = \frac{18}{3} = 6 \text{ सेमी.}$$

20. आकृति में यदि $OA \cdot OB = OC \cdot OD$ है तो दर्शाइए $\angle A = \angle C$ व $\angle B = \angle D$



उत्तर :

ΔAOD व ΔBOC में $OA \cdot OB = OC \cdot OD$ दिया हुआ है

$$\text{अतः} \quad \frac{OA}{OD} = \frac{OC}{OB} \quad \dots(1)$$

तथा $\angle AOD = \angle COB$ (शीर्षाभिमुख कोण) $\dots(2)$

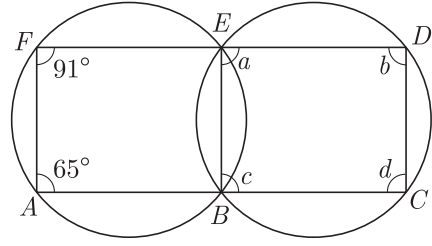
समी. (1) व (2) से,

$$\Delta AOD \sim \Delta COB$$

इसलिए, $\angle A = \angle C$ एवं $\angle B = \angle D$
(समरूप त्रिभुजों के संगत कोण) इति सिद्धम्

21. आकृति में, कुछ कोणों को a, b, c और d से चिन्हित किया गया है।

इन कोणों के माप ज्ञात कीजिए।



उत्तर :

दिये गए चित्र में $ABEF$ एक चक्रीय चतुर्भुज है। इस कारण से,

$$\angle BAF + \angle BEF = 180^\circ$$

लेकिन, $\angle BEF + \angle BED = 180^\circ$

$$\therefore \angle BAF + \angle BEF = \angle BEF + \angle BED$$

$$\therefore \angle BAF = \angle BED$$

$$\Rightarrow 65^\circ = a$$

चित्र से, $\angle a + \angle d = 180^\circ$

$$65^\circ + \angle d = 180^\circ$$

$$\therefore \angle d = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

हम जानते हैं कि चक्रीय चतुर्भुज के बहिष्कोण उसके अन्तराभिमुख कोण के बराबर होते हैं।

इसी प्रकार से, $\angle AFE = \angle CBE$

$$91^\circ = \angle c$$

$$\therefore \angle c = 91^\circ$$

हम जानते हैं, $\angle c + \angle b = 180^\circ$

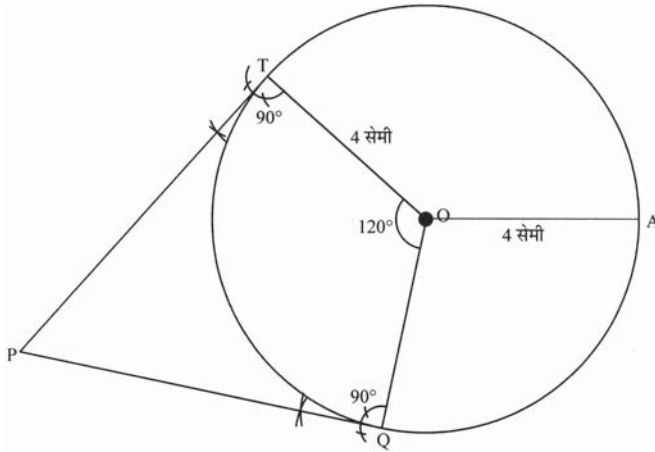
$$\therefore \angle b = 180^\circ - \angle c \\ = 180^\circ - 91^\circ = 89^\circ$$

22. 4 सेमी. त्रिज्या और O केन्द्र वाले वृत्त, जिस पर दो स्पर्श रेखाएँ PT और PQ इस प्रकार हों कि $\angle TOQ = 120^\circ$ हो, की रचना कीजिए।

उत्तर :

रचना के चरण:

1. कागज पर एक बिंदु O लीजिए और O को केंद्र तथा त्रिज्या $OA = 4$ सेमी. लेकर एक वृत्त बनाइए।
2. O पर दो त्रिज्याएँ OT और OQ इस प्रकार बनाइए कि $\angle TOQ = 120^\circ$ हो।
3. OT और OQ से क्रमशः T और Q पर लम्ब बनाइए। मान लीजिए कि ये लंब परस्पर P पर प्रतिच्छेदित करते हैं। तब PT और PQ अभीष्ट स्पर्श रेखाएँ हैं।



23. एक वृत्त की परिधि एक वर्ग के परिमाण के बराबर है। यदि वर्ग का क्षेत्रफल 484 वर्ग मीटर हो तो वृत्त का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

उत्तर :

$$\begin{aligned} \text{वर्ग का क्षेत्रफल} &= \text{भुजा}^2 \\ 484 &= \text{भुजा}^2 \\ \text{भुजा} &= \sqrt{484} = 22 \text{ मीटर} \\ \text{वृत्त की परिधि} &= \text{वर्ग का परिमाण} \\ 2\pi r &= 4 \times \text{भुजा} \\ 2\pi r &= 4 \times 22 \\ r &= \frac{4 \times 22 \times 7}{2 \times 22} = 14 \text{ मीटर} \\ \text{वृत्त का क्षेत्रफल} &= \pi r^2 \\ &= \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \\ &= 616 \text{ वर्ग मीटर} \end{aligned}$$

24. एक घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई और ऊँचाई का अनुपात 5:3:2 है। यदि घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल 558 सेमी.² है, तो उसकी कोरों की माप ज्ञात कीजिए।

उत्तर :

माना कि घनाभ की लम्बाई, चौड़ाई एवं ऊँचाई क्रमशः 5x, 3x एवं 2x हैं।

$$\text{घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल} = 558 \text{ सेमी.}^2$$

घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल

$$= 2(\text{ल.} \times \text{चौ.} + \text{चौ.} \times \text{ऊँ.} + \text{ऊँ.} \times \text{ल.})$$

प्रश्नानुसार,

$$2(5x \times 3x + 3x \times 2x + 2x \times 5x) = 558$$

$$2(15x^2 + 6x^2 + 10x^2) = 558$$

$$2 \times 31x^2 = 558$$

$$x^2 = \frac{558}{62}$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3$$

$$\text{अतः लम्बाई} = 5x = 5 \times 3 = 15 \text{ सेमी.}$$

$$\text{चौड़ाई} = 3x = 3 \times 3 = 9 \text{ सेमी.}$$

$$\text{ऊँचाई} = 2x = 2 \times 3 = 6 \text{ सेमी.}$$

25. दो पासों को एक साथ फेंका जाता है। निम्न घटनाओं की प्रायिकता ज्ञात कीजिए:

1. प्राप्त अंकों का योग एक सम संख्या।
2. प्राप्त अंकों का गुणनफल एक सम संख्या।
3. प्राप्त अंकों का योग एक अभाज्य संख्या।

उत्तर :

दो पासों को एक साथ फेंकने पर सम्भव परिणाम:

$$\begin{aligned} &\{1,1\} \{1,2\} \{1,3\} \{1,4\} \{1,5\} \{1,6\} \\ &\{2,1\} \{2,2\} \{2,3\} \{2,4\} \{2,5\} \{2,6\} \\ &\{3,1\} \{3,2\} \{3,3\} \{3,4\} \{3,5\} \{3,6\} \\ &\{4,1\} \{4,2\} \{4,3\} \{4,4\} \{4,5\} \{4,6\} \\ &\{5,1\} \{5,2\} \{5,3\} \{5,4\} \{5,5\} \{5,6\} \\ &\{6,1\} \{6,2\} \{6,3\} \{6,4\} \{6,5\} \{6,6\} \end{aligned}$$

$$\therefore \text{कुल सम्भव परिणामों की संख्या} = 6 \times 6 = 36$$

1. माना A = प्राप्त अंकों का योग सम अर्थात् 2,4,6,8,10,12 प्राप्त होने की घटना है।

∴ योग 2 या 4 या 6 या 8 या 10 या 12 हो सकता है।

∴ A के अनुकूल परिणाम : (1,1), (1,3), (3,1), (2,2), (1,5), (5,1), (2,4), (4,2), (3,3), (2,6), (6,2), (4,4), (5,3), (3,5), (5,5), (6,4), (4,6) और (6,6) अनुकूल परिणामों की संख्या = 18

अतः अभीष्ट प्रायिकता

$$= \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

2. माना B = प्राप्त अंकों का गुणनफल सम अर्थात् 2, 4, 6, 8, 10, 12, 16, 18, 20, 24, 30, 36 प्राप्त होने की घटना है।

∴ B के अनुकूल परिणाम : (1,2), (2,1), (1,4), (4,1), (2,2), (1,6), (6,1), (2,3), (3,2), (2,4), (4,2), (2,5), (5,2), (2,6), (6,2), (3,4), (4,3), (4,4), (3,6), (6,3), (4,5), (5,4), (4,6), (6,4), (5,6), (6,5), (6,6)

∴ अनुकूल परिणामों की संख्या = 27

$$\text{अतः अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{27}{36} = \frac{3}{4}$$

3. माना C = प्राप्त अंकों का योग अभाज्य अर्थात् 2,3,5,7,11 प्राप्त होने की घटना है।

∴ C के अनुकूल परिणाम : (1,1), (1,2), (2,1), (1,4), (4,1), (2,3), (3,2), (1,6), (6,1), (2,5), (5,2), (3,4), (4,3), (6,5), (5,6)

∴ अनुकूल परिणामों की संख्या = 15

$$\text{अतः अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

(खण्ड-द)

26. निम्न रैखिक समीकरण युग्म को आलेखीय विधि से हल कीजिए-

$$3x + 2y - 11 = 0$$

$$2x - 3y + 10 = 0$$

अतः इसकी सहायता से संबंध $5x + 6y = k$ में k का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर :

दिया गया रैखिक समीकरण युग्म है,

$$3x + 2y - 11 = 0$$

$$\text{या } 3x + 2y = 11 \quad \dots(1)$$

$$2x - 3y + 10 = 0$$

$$\text{या } 2x - 3y = -10 \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) से बिन्दु सारणी प्राप्त करने पर,

$$3x + 2y = 11$$

$$2y = 11 - 3x$$

$$\text{या } y = \frac{11 - 3x}{2}$$

$x = 1$ रखने पर,

$$y = \frac{11 - 3 \times 1}{2} \\ = \frac{11 - 3}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

इसी प्रकार $x = 3$ रखने पर,

$$y = \frac{11 - 3 \times 3}{2} \\ = \frac{11 - 9}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

अतः समीकरण (1) की बिन्दु सारणी निम्न प्रकार प्राप्त होती है-

x	1	3
y	4	1

अब समीकरण (2) की बिन्दु सारणी प्राप्त करने पर,

$$2 - 3y + 10 = 0$$

$$\text{या } 3y = 2x + 10$$

$$y = \frac{2x + 10}{3}$$

$$x = 1 \text{ रखने पर, } y = \frac{2 \times 1 + 10}{3} = \frac{2 + 10}{3}$$

$$y = \frac{12}{3} = 4$$

$$x = -2 \text{ रखने पर, } y = \frac{2 \times (-2) + 10}{3}$$

$$y = \frac{-4 + 10}{3}$$

$$= \frac{6}{3} = 2$$

अतः समीकरण (2) की बिन्दु सारणी निम्न प्रकार प्राप्त होती है-

सभी विद्यार्थियों से निवेदन है कि RBSE के सॉल्वड मॉडल पेपर/डेस्क वर्क प्राप्त करने के लिए 9460377092 को अपनी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में एड करें। आपकी क्लास के व्हाट्सएप्प ग्रुप में पेपर भेज दिए जाएंगे।

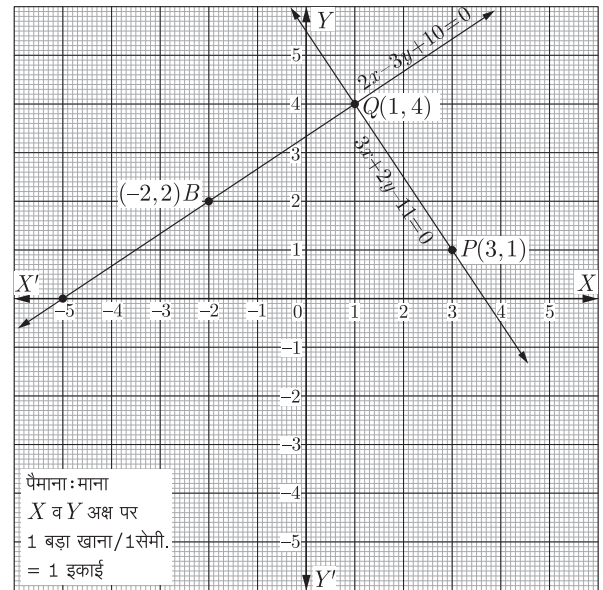
x	1	-2
y	4	2

उपरोक्त दोनों समीकरणों से संगत रेखाओं का ग्राफ पेपर पर आलेखन करते हैं।

उपरोक्त निरूपण से स्पष्ट है कि दोनों रेखायें बिन्दु $(1, 4)$ पर प्रतिच्छेद करती हैं। अतः $x = 1$ एवं $y = 4$ रेखायुग्म $3x + 2y = 11$, $2x - 3y = -10$ का अभीष्ट हल है। अर्थात् $x = 1$, $y = 4$ मान इन दोनों समीकरणों को सन्तुष्ट करते हैं। अतः हल सत्यापित होता है। $x = 1$, $y = 4$ को दिए गए संबंध $5x + 6y = k$ में रखने पर

$$5 \times 1 + 6 \times 4 = k$$

$$k = 5 + 24 = 29$$



27. सिद्ध कीजिए-

$$1. \cot \theta + \tan \theta = \operatorname{cosec} \theta \sec \theta$$

$$2. \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta} = 2 \operatorname{cosec} \theta$$

उत्तर :

$$1. \text{ L.H.S.} = \cot \theta + \tan \theta$$

$$= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta}$$

$$= \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} \quad [\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$$

$$= \left(\frac{1}{\sin \theta} \right) \left(\frac{1}{\cos \theta} \right) = \operatorname{cosec} \theta \sec \theta$$

$$= \text{R.H.S.}$$

इति सिद्धम्

$$2. \text{ L.H.S.} = \frac{\sin \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta + (1 + \cos \theta)^2}{(1 + \cos \theta) \sin \theta}$$

$$= \frac{\sin^2 \theta + 1 + \cos^2 \theta + 2 \cos \theta}{(1 + \cos \theta) \sin \theta}$$

$$= \frac{1 + 1 + 2 \cos \theta}{(1 + \cos \theta) \sin \theta} \quad [\because \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1]$$

$$= \frac{2(1 + \cos \theta)}{(1 + \cos \theta) \sin \theta} = \frac{2}{\sin \theta} = 2 \operatorname{cosec} \theta$$

$$= \text{R.H.S.} \quad \text{इति सिद्धम्}$$

अथवा

27. 1. सिद्ध कीजिए, $\frac{\sin^4 \theta - \cos^4 \theta}{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta} = 1$

2. यदि $\frac{\cos A}{\cos B} = m$ तथा $\frac{\cos A}{\sin B} = n$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $(m^2 + n^2) \cos^2 B = n^2$.

उत्तर :

1. L.H.S. = $\frac{\sin^4 \theta - \cos^4 \theta}{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}$
 $= \frac{(\sin^2 \theta)^2 - (\cos^2 \theta)^2}{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}$
 $[\because a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)]$
 $= \frac{(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)}{(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)}$
 $= \frac{(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)}{(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta)} = 1$
 $= \text{R.H.S.} \quad \text{इति सिद्धम्}$

2. दिया है,

$$m = \frac{\cos A}{\cos B}$$

तथा $n = \frac{\cos A}{\sin B}$

L.H.S. = $(m^2 + n^2) \cos^2 B$
 $= \left(\frac{\cos^2 A}{\cos^2 B} + \frac{\cos^2 A}{\sin^2 B} \right) \cos^2 B$
 $= \left(\frac{\cos^2 A \sin^2 B + \cos^2 A \cos^2 B}{\cos^2 B \sin^2 B} \right) \cos^2 B$
 $= \frac{\cos^2 A (\sin^2 B + \cos^2 B)}{\cos^2 B \sin^2 B} \cos^2 B$
 $[\because \sin^2 B + \cos^2 B = 1]$
 $= \frac{\cos^2 A}{\sin^2 B} = \left(\frac{\cos A}{\sin B} \right)^2$
 $= n^2 = \text{R.H.S.} \quad \text{इति सिद्धम्}$

28. 1. बिन्दु (1,2) और (6,7) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को बिन्दु (3,4) किस अनुपात में विभाजित करता है?
 2. उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (3,5) और (7,9) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को 2:3 के अनुपात में अन्तः विभाजित करता है।

उत्तर :

1. माना (1,2) और (6,7) को मिलाने वाले रेखाखण्ड $m_1 : m_2$ में विभाजित करते हैं।

$$3 = \frac{m_1 \times 6 + m_2 \times 1}{m_1 + m_2}$$

$$3(m_1 + m_2) = 6m_1 + m_2$$

$$3m_1 + 3m_2 = 6m_1 + m_2$$

$$3m_2 + m_2 = 6m_1 - 3m_1$$

$$2m_2 = 3m_1$$

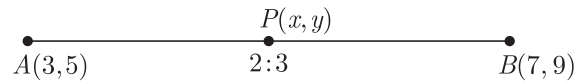
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{3}$$

अतः $m_1 : m_2 = 2 : 3$

2. माना अभीष्ट बिन्दु (x, y) हैं।

यहाँ, $x_1 = 3, x_2 = 7$

$y_1 = 5, y_2 = 9$ तथा $m_1 = 2, m_2 = 3$



$$\therefore x = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{2 \times 3 + 3 \times 7}{2 + 3}$$

$$= \frac{14 + 9}{5} = \frac{23}{5}$$

$$\therefore y = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{2 \times 5 + 3 \times 9}{2 + 3}$$

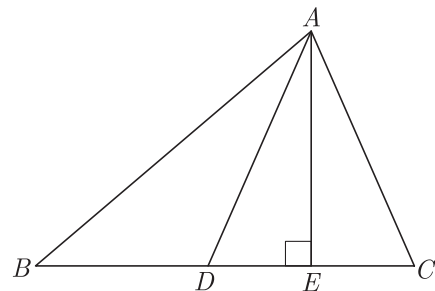
$$= \frac{18 + 15}{5} = \frac{33}{5}$$

\therefore उस बिन्दु के निर्देशांक $\left(\frac{23}{5}, \frac{33}{5} \right)$ होंगे।

29. सिद्ध करो कि त्रिभुज की दो भुजाओं के वर्गों का योग तीसरी भुजा के मध्य बिन्दु को मिलाने वाली माध्यिका के वर्ग एवं तीसरी भुजा के आधे के वर्ग के योग के दुगुने के बराबर होता है।

उत्तर :

दिया हुआ है, ABC एक त्रिभुज है जिसमें AD उसकी एक माध्यिका है।



सिद्ध करना है,

$$AB^2 + AC^2 = 2 \left[AD^2 + \left(\frac{BC}{2} \right)^2 \right]$$

या $AB^2 + AC^2 = 2[AD^2 + BD^2]$

उत्पत्ति- $\angle AED = 90^\circ$, $\triangle ADE$ में हम देखते हैं

$$\angle ADE < 90^\circ \Rightarrow \angle ADB > 90^\circ$$

इसी प्रकार $\triangle ADB$ एक अधिक कोण त्रिभुज एवं $\triangle ADC$ न्यून कोण त्रिभुज होंगे।

\therefore अधिक कोण $\triangle ABD$ में BD को आगे बढ़ाने पर, $AE \perp BD$

$$\text{अतः } AB^2 = AD^2 + BD^2 + 2BD \times DE \quad \dots(1)$$

$\triangle ACD$ एक न्यून कोण त्रिभुज है और $AE \perp CD$ हो तो

$$AC^2 = AD^2 + DC^2 - 2DC \times DE$$

$$\text{या } AC^2 = AD^2 + BD^2 - 2BD \times DE$$

$$[\because CD = BD] \dots(2)$$

(1) व (2) को जोड़ने पर,

$$AB^2 + AC^2 = AD^2 + BD^2 + 2BD \times DE + AD^2 + BD^2 - 2BD \times DE$$

$$AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + 2BD^2$$

$$AB^2 + AC^2 = 2AD^2 + 2\left(\frac{BC}{2}\right)^2$$

$$AB^2 + AC^2 = 2\left[AD^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2\right]$$

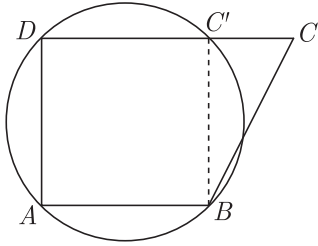
$$\text{अर्थात् } AB^2 + AC^2 = 2\left[AD^2 + \left(\frac{BC}{2}\right)^2\right]$$

$$\text{अथवा } AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2) \quad \text{इतिसिद्धम्}$$

अथवा

29. सिद्ध करो कि यदि चतुर्भुज के सम्मुख कोण सम्पूरक हों तो वह एक चक्रीय चतुर्भुज होता है।

उत्तर :



दिया हुआ है-

$ABCD$ एक चतुर्भुज है जिसमें, $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$ एवं $\angle ABD + \angle ADC = 180^\circ$ है।

सिद्ध करना है, $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है।

उत्पत्ति - माना कि एक वृत्त जो A, B एवं D से गुजरता है परन्तु C के स्थान पर C' से गुजरता है तब $C'B$ को मिलाने पर $ABC'D$ एक चक्रीय चतुर्भुज बन जाता है।

$$\text{अतः } \angle BAD + \angle BC'D = 180^\circ \quad (1)$$

(चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोण सम्पूरक होते हैं)

$$\text{परन्तु, } \angle BAD + \angle BCD = 180^\circ \quad \dots(2)$$

समीकरण (1) व (2) से,

$$\angle BAD + \angle BC'D = \angle BAD + \angle BCD$$

$$\text{या } \angle BC'D = \angle BCD \quad \dots(3)$$

परन्तु, $\angle BC'D, \triangle BCC'$ का बहिष्कोण है।

$$\text{अर्थात् } \angle BC'D = \angle BCD + \angle CBC'$$

(\triangle का बहिष्कोण अन्तराभिमुख कोणों के योग के बराबर होता है)

$$\text{या } \angle BC'D > \angle BCD \quad \dots(4)$$

समीकरण (3) एवं (4) से स्पष्ट होता है कि $\angle BC'D > \angle BCD$ तभी सम्भव है, जब BC एवं BC' सम्पाती हों। या बिन्दु C एवं C' सम्पाती हों।

अर्थात् $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज हो।

अतः $ABCD$ एक चक्रीय चतुर्भुज है।

इतिसिद्धम्

30. निम्नलिखित बारम्बारता बंटन किसी मोहल्ले के 68 उपभोक्ताओं का बिजली खर्च बताता है। इन आँकड़ों से माध्यक, माध्य तथा बहुलक ज्ञात कीजिए।

मासिक खपत	65-85	85-105	105-125	125-145	145-165	165-185	185-200
उपभोक्ता	4	5	13	20	14	8	4

उत्तर :

माध्यक के लिये : संचयी बारम्बारता सारणी

वर्ग अन्तराल	f	$c.f.$
65-85	4	4
85-105	5	9
105-125	13	22
125-145	20	42
145-165	14	56
165-185	8	64
185-205	4	68
	$N = 68$	

$$\text{यहाँ, } N = 68 \quad \frac{N}{2} = \frac{68}{2} = 34$$

34 से ठीक बड़ी संचयी बारम्बारता 42 के संगत वर्ग अन्तराल 125 - 145 है।

$$\therefore \text{माध्यक वर्ग} = 125 - 145$$

$$\text{संगत} = 125, N = 68, f = 20$$

$$C = 22, h = 20$$

$$\text{माध्यक} = l + \frac{\left(\frac{N}{2} - C\right)}{f} \times h$$

$$= 125 + \frac{(34 - 22) \times 20}{20}$$

$$= 125 + 12 = 137$$

$$\therefore \text{माध्यक} = 137$$

माध्य के लिये,

$$\text{माना कल्पित माध्य, } A = 135, h = 20$$

वर्ग अन्तराल	f	x_i	$d = x_i - A$	$u_i = \frac{d}{h}$	$f_i u_i$
65-85	4	75	-60	-3	-12
85-105	5	95	-40	-2	-10
105-125	13	115	-20	-1	-13
125-145	20	135 = A	0	0	0
145-165	14	155	20	1	14
165-185	8	175	40	2	16
185-205	4	195	60	3	12
	$\Sigma f = 68$				$\Sigma f_i u_i = 7$

$$\begin{aligned}
 \text{माध्य} &= A + \frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f} \times h \\
 &= 135 + \frac{7}{68} \times 20 \\
 &= 135 + 0.1029 \times 20 \\
 &= 135 + 2.05
 \end{aligned}$$

$$\bar{x} = 137.05$$

बहुलक के लिये: दिये गये आँकड़ों में अधिकतम बारम्बारता 20 है इसके संगत वर्ग अन्तराल 125-145 है।

$$\text{बहुलक वर्ग} = 125 - 145$$

$$l = 125, f_1 = 20, f_0 = 13, f_2 = 14 \text{ और}$$

$$h = 20$$

$$\begin{aligned}
 \text{बहुलक} &= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \right) \times h \\
 &= 125 + \left(\frac{20 - 13}{2 \times 20 - 13 - 14} \right) \times 20 \\
 &= 125 + \frac{7}{40 - 27} \times 20 \\
 &= 125 + \frac{7 \times 20}{13} = 125 + \frac{140}{13} \\
 &= 125 + 10.77 = 135.77 \text{ लगभग}
 \end{aligned}$$

अतः दिये गये आँकड़ों का माध्यक = 137, माध्य 137.05 तथा बहुलक 135.77 है।

सत्र 2020-21 से नये पाठ्यक्रमानुसार सभी कक्षाओं के सभी विषयों की टेक्स्ट बुक एवं सभी प्रकार की सहायक अध्ययन सामग्री विद्यार्थियों को मोबाइल पर व्हाट्सएप द्वारा एवं वेबसाइट www.rbse.online पर उपलब्ध करवायी जाएगी। इसके लिये विद्यार्थियों से किसी भी प्रकार का कोई शुल्क नहीं लिया जाएगा। इसके लिये विद्यार्थियों को किसी भी प्रकार का कोई OTP Verification या Email द्वारा Verification नहीं देना होगा। हमारा व्हाट्सएप नम्बर जानने या अन्य किसी भी प्रकार की जानकारी के लिये वेबसाइट www.rbse.online पर विजिट करें।